مرجع تخصصی مهندسی عمران

www.Mcivil.ir

دانلود انواع پروژه های دانشجویی مهندسی عمران

فیلم های آموزشی نرم افزار

آگهی های استخدامی عمران به صورت روزانه

Mcivil.ir

بسمه تعالی

راهنمای

مکانیک سیالات

ویرایش دوم

فصل اول

خواص فیزیکی سیال

مسائل مهم کتابهای وایت - فاکس - شیمز

نوشته : مهندس کاوه سلطانی علاسوند

Mcivil.ir

تنش برشی :

تنش برشی عبارتست از تقسیم نیروی برشی بر سطح اعمال شده می باشد . این نیروی برشی ، مولفه مماسی نیرو بر سطح می باشد . تنش برشی در یک نقطه ، حد نیروی برشی وارد بر سطح است هنگامیکه این سطح به قدر کافی کوچک گردد و به یک نقطه تبدیل شود .

در سیالات در حال حرکت ، تنش برشی که ناشی از نیروی برشی است ، بوجود می آید . این تنش برشی باعث ایجاد تغییر سرعت در سیال می شود . به عبارت دیگر اگر قسمتی از سیال روی قسمت دیگر به علت اختلاف سرعت بلغزد باعث تغییر شکل و بهم خوردن شکل اولیه سیال و در نتیجه ایجاد تنش برشی می گردد و بر عکس اگر تمام لایه های سیال سرعت یکنواخت و مشابه داشته باشند هیچگونه تنش برشی ایجاد نشده و لایه های سیال نسبت به هم در حالت سکون قرار دارند .

لزجت (ویسکوزیته یا گرانروی) :

لزجت یک خاصیت سیال است که مقاومت در برابر حرکت سیال را نشان می دهد و سبب چسبندگی قشرهای مختلف سیال ضمن حرکت می شود . لزجت در سیالات همانند اصطکاک در اجسام صلب می باشد با این تفاوت که اثر لزجت ، فقط هنگام حرکت لایه های سیال بر روی هم در سیال پدیدار می شود .

در مایعات عامل اصلی لزجت نیروی جاذبه مولکولی بین ذرات است که مانع حرکت آزاد آنها می شود . به این علت هرگاه مایعی را حرارت دهیم فاصله مولکول های آنها زیادتر می شود ، بنابراین جاذبه مولکولی کاهش یافته و در نتیجه لزجت آن کاهش می یابد . در حالت کلی در یک سیال ، لزجت از پیوستگی بین ملکول ها حاصل می شود .

قانون لزجت نیوتن :

قانون لزجت نیوتن بیان می کند که بین تنش برشی و تغییرات سرعت نسبت به جدار لوله یا کف کانال (گرادیان سرعت یا نرخ تغییرشکل زاویه ای) رابطه خطی وجود دارد و رابطه زیر برقرار است :

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}$$

در معادله فوق τ ، تنش برشی (مقدار نیروی موثر بر واحد سطح) و $\frac{dV}{dy}$ گرادیان سرعت و μ ، ضریب لزجت دینامیکی (مطلق) سیال را نشان می دهد .

ضریب لزجت دینامیکی یا لزجت مطلق :

با توجه به قانون لزجت نیوتن نسبت تنش برشی به گرادیان سرعت را ضریب لزجت دینامیکی می گویند منظور از لزجت درحالت کلی ، لزجت دینامیکی(مطلق) است مگر آنکه صراحتاً به لزجت سینماتیکی اشاره شود . لزجت دینامیکی می تواند به شکل زیر نوشته شود .

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dV}{dy}} = \frac{\frac{FL^{-2}}{LT^{-1}}}{L} = FL^{-2}T$$

همانطور که ملاحظه می شود در واحد ضریب مذکور ، عامل نیرو F وجود دارد و به این علت به آن ضریب لزجت دینامیکی گفته می شود .

Mcivil.ir

واحد لزجت دینامیکی در سیستم SI برابر $\frac{N.s}{m^2}$ و $\frac{kg}{m.s}$ و در سیستم انگلیسی برابر $\frac{lb.s}{ft^2}$ می باشد .

ضریب لزجت سینماتیکی :

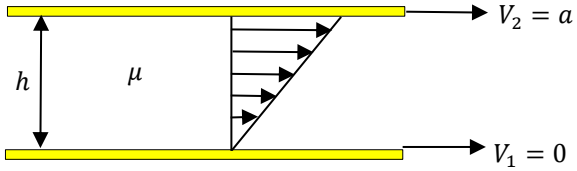
نسبت ضریب لزجت دینامیکی سیال به جرم مخصوص را ضریب لزجت سینماتیکی می نامند و با حرف ν (نو) نمایش می دهند و به شکل زیر نوشته می شود .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

واحد لزجت سینماتیکی در سیستم SI برابر $\frac{m^2}{s}$ و در سیستم انگلیسی برابر $\frac{ft^2}{s}$ می باشد .

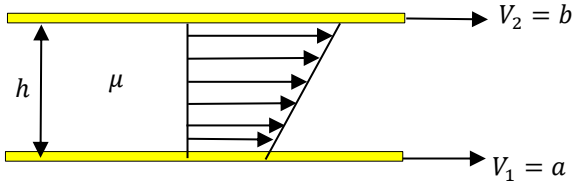
انواع حرکت صفحات روی سیال :

۱) حرکت یک صفحه روی سیال :



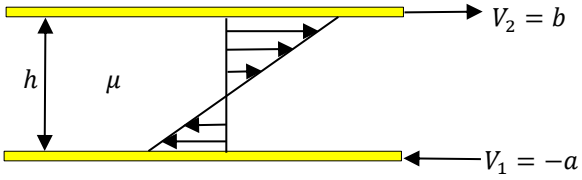
$$\Delta V = V_2 - V_1 = a - 0 = a$$

۲) حرکت دو صفحه روی سیال در جهت هم $b > a$:



$$\Delta V = V_2 - V_1 = b - a$$

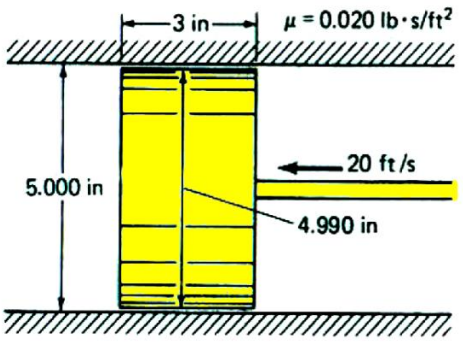
۳) حرکت دو صفحه روی سیال در جهت خلاف هم $b > a$:



$$\Delta V = V_2 - V_1 = b - (-a) = b + a$$

Mcivil.ir

۱- نیروی لازم جهت حرکت پیستون زیر را با توجه به مشخصات داده شده بدست آورید . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .



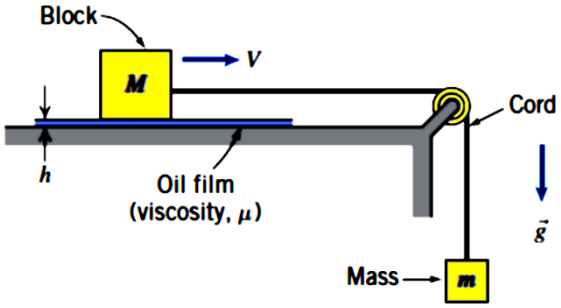
$$y = \frac{(5-4.99)}{2} = 0.005\ in$$

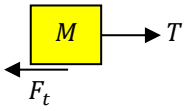
$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{y} \implies \tau = \frac{(0.02\times20)\times12}{0.005} = 960\ {}^{lb}/_{ft^2}$$

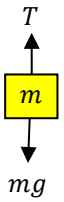
$$A = \pi dh \implies A = \pi \times \left(\frac{4.99}{12}\right) \times \left(\frac{3}{12}\right) = 0.3266\ ft^2$$

$$F = \tau A \implies F = 960 \times 0.3266 = 313.5\ lb$$

۲- سرعت سیستم روبرو را در دو حالت شتابدار و ثابت بر اساس پارامترهای داده شده محاسبه کنید . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .







الف) سرعت شتابدار :

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{h}$$

$$\sum F_x = Ma \implies T - \overbrace{\tau A}^{F_t} = M\frac{dV}{dt} \implies T = M\frac{dV}{dt} + \mu\frac{V}{h}A \quad (1)$$

$$\sum F_y = ma \implies mg - T = m\frac{dV}{dt} \implies T = mg - m\frac{dV}{dt} \quad (2)$$

از مساوی قرار دادن رابطه ۱ و ۲ داریم :

$$M\frac{dV}{dt} + \mu\frac{V}{h}A = mg - m\frac{dV}{dt} \implies M\frac{dV}{dt} + m\frac{dV}{dt} = mg - \mu\frac{V}{h}A$$

$$\frac{dV}{dt}(M+m) = mg - \mu\frac{V}{h}A \implies dt = \frac{(M+m)}{mg-\frac{\mu VA}{h}}dV$$

Mcivil.ir

$$t = \int_0^V \frac{(M+m)}{mg-\frac{\mu VA}{h}} dV \implies t = -\frac{(M+m)h}{\mu A} \ln\left(mg - \frac{\mu VA}{h}\right)$$

$$t = -\frac{(M+m)h}{\mu A} \ln\left(1 - \frac{\mu VA}{mgh}\right) \implies \ln\left(1 - \frac{\mu VA}{mgh}\right) = -\frac{\mu At}{(M+m)h}$$

$$1 - \frac{\mu VA}{mgh} = e^{\left(-\frac{\mu At}{(M+m)h}\right)} \implies \frac{\mu VA}{mgh} = 1 - e^{\left(-\frac{\mu At}{(M+m)h}\right)}$$

$$V = \frac{mgh}{\mu A}\left(1 - e^{-\frac{\mu At}{(M+m)h}}\right)$$

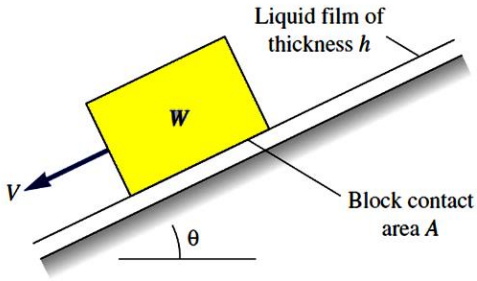
ب) سرعت ثابت :

$$\sum F_x = 0 \implies T - \tau A = 0 \implies T = \mu \frac{V}{h} A \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \implies mg - T = 0 \implies T = mg \quad (2)$$

$$\frac{\mu VA}{h} = mg \implies V = \frac{mgh}{\mu A}$$

۳- یک بلوک با وزن ۶۰ نیوتن بر روی یک سطح شیب دار با سطح تماس ۳۵ سانتیمتر مربع و بر روی یک لایه نازک از روغن به ضخامت یک میلیمتر و ضریب لزجت ۰/۳کیلوگرم بر متر ثانیه قرار دارد ، با فرض توزیع خطی سرعت و تغییرات سرعت در زمان ، مطلوبست سرعت حرکت بلوک در ثانیه ۱۲ ، زاویه سطح شیب دار ۱۵ درجه و شتاب ثقل زمین ۱۰ متر بر مجذور ثانیه می باشد .



$$\sum F_x = \left(\frac{W}{g}\right) a \implies W sin\theta - \tau A = \left(\frac{W}{g}\right)\frac{dV}{dt} \implies W sin\theta - \frac{\mu VA}{h} = \left(\frac{W}{g}\right)\frac{dV}{dt}$$

$$dt = \frac{dV}{g\left(sin\theta - \frac{\mu VA}{Wh}\right)} \implies t = \int_0^V \frac{dV}{g\left(sin\theta - \frac{\mu VA}{Wh}\right)} \implies t = -\frac{Wh}{\mu Ag} \ln(A\mu V - Wh\, sin\theta)$$

$$t = -\frac{Wh}{\mu Ag} \ln\left(1 - \frac{Wh\, sin\theta}{A\mu V}\right) \implies 1 - \frac{Wh\, sin\theta}{A\mu V} = e^{\left(-\frac{\mu Agt}{Wh}\right)}$$

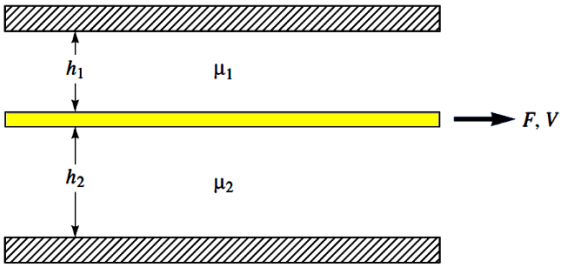
$$\frac{Wh\, sin\theta}{A\mu V} = 1 - e^{\left(-\frac{\mu Agt}{Wh}\right)} \implies V = \frac{Wh\, sin\theta}{A\mu}\left(1 - e^{-\frac{\mu Agt}{Wh}}\right)$$

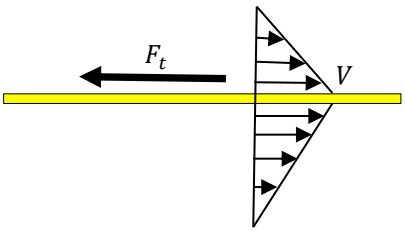
Mcivil.ir

$$V = \frac{60\times0.001\times sin15^{\circ}}{0.0035\times0.3}\left(1 - e^{-\frac{0.3\times0.0035\times10\times t}{60\times0.001}}\right) \implies V = 14.8(1 - e^{-0.175t})$$

$$t = 12\ s \implies V = 13\ {}^{m}/_{s}$$

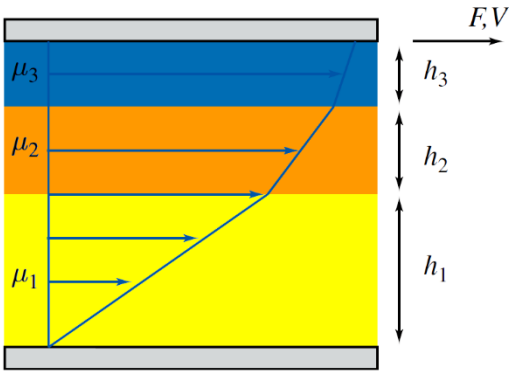
۴- صفحه نازکی در حال حرکت از بین دو صفحه ثابت توسط دو مایع از هم جدا با گرانروی متفاوت و فاصله نامساوی به مانند شکل زیر نشان داده شده است ، سطح تماس صفحه A و توزیع سرعت به صورت خطی می باشد . مطلوبست تعیین نیروی مورد نیاز جهت حرکت صفحه با سرعت V :





$$F = \tau_1 A + \tau_2 A \implies F = \left(\mu_1 \frac{V}{h_1} + \mu_2 \frac{V}{h_2}\right) A \implies F = VA\left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2}\right)$$

۵- نیروی لازم جهت حرکت سیستم زیر را با توجه به پارامترهای داده شده بدست آورید .



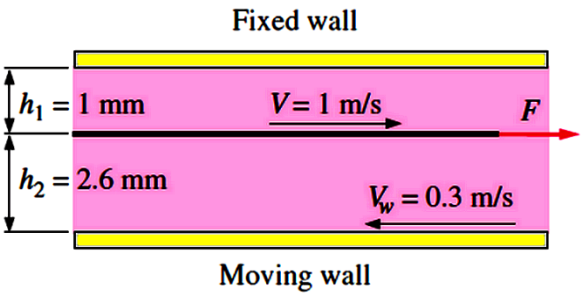
$$F = \tau_1 A + \tau_2 A + \tau_3 A$$

$$F = \left(\mu_1 \frac{V_1}{h_1} + \mu_2 \frac{V_2 - V_1}{h_2} + \mu_3 \frac{V_3 - V_2 - V_1}{h_2}\right) A$$

۶- صفحه ای با ابعاد ۲۰ سانتی متر در ۲۰ سانتی متر در لایه ای از روغن به گرانروی ۰/۰۲۷ کیلوگرم بر متر ثانیه قرار گرفته است . به فاصله یک میلیمتر یک دیوار ثابت و به فاصله ۲/۶ میلیمتر یک دیوار متحرک از صفحه به مانند شکل قرار دارد و توزیع سرعت به صورت خطی می باشد . مطلوبست :

الف) محاسبه نیروی مقاوم F

ب) محاسبه نیروی وارد بر هر کدام از دیوارها

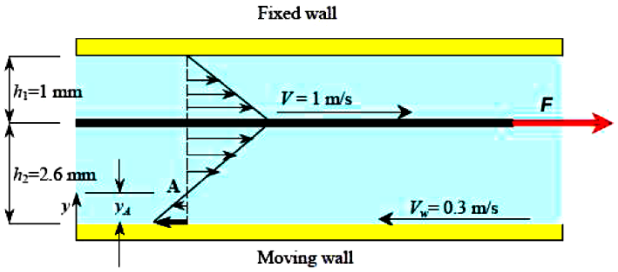


الف)

$$F = \tau_1 A + \tau_2 A - \tau_w A \implies F = \left(\frac{V}{h_1} + \frac{V}{h_2} - \frac{V_w}{h_2}\right)\mu A$$

$$F = 0.027\left(\frac{1}{0.001} + \frac{1}{0.0026} - \frac{-0.3}{0.0026}\right)(0.2 \times 0.2) = 1.62\ kg$$

ب)



$$\frac{1}{2.6 - y_A} = \frac{0.3}{y_A} \implies y_A = 0.6\ mm$$

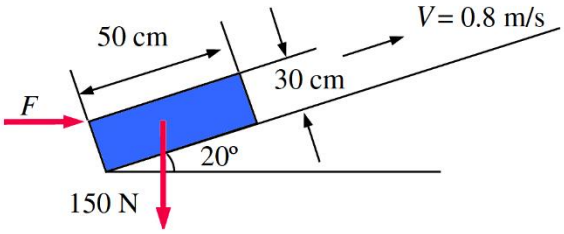
$$F_{upper} = \tau_{upper} A \implies F_{upper} = \mu_1 \frac{V-0}{h_1} A$$

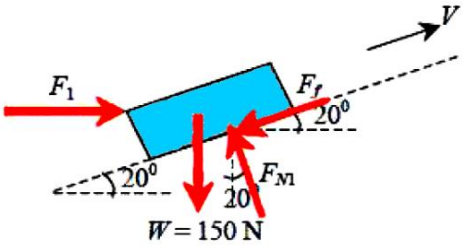
$$F_{upper} = \frac{0.027 \times 1 \times (0.2 \times 0.2)}{0.001} = 1.08\ kg$$

$$F_{lower} = \tau_{lower} A \implies F_{lower} = \mu_1 \frac{V - V_w}{h_2} A$$

$$F_{lower} = \frac{0.027 \times [1 - (-0.3)] \times (0.2 \times 0.2)}{0.0026} = 0.54\ kg$$

۷- بلوکی به ابعاد ۵۰ سانتی متر در ۲۰ سانتی متر در ۳۰ سانتی متر و وزن ۱۵۰ نیوتن در روی یک سطح شیبدار با سرعت ثابت ۰/۸ متر بر ثانیه و در خلاف جهت شیب به مانند شکل توسط نیروی F به سمت بالا در حرکت است . توزیع سرعت به صورت خطی و ضریب اصطکاک سطح ۰/۲۷ می باشد . اگر یک لایه روغن به ضخامت ۰/۴ میلی متر با ویسکوزیته ۰/۰۱۲ پاسکال بین بلوک و سطح شیبدار استفاده می شود ، مطلوبست تعیین درصد کاهش نیروی محرک F بدلیل استفاده از روغن در جهت کاهش اصطکاک .





$$\sum F_x = 0 \implies F_1 - F_f\, cos20^\circ - F_{N1}\, sin20^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \implies F_{N1}\, cos20^\circ - F_f\, sin20^\circ - W = 0 \quad (2)$$

Mcivil.ir

$$F_f = f F_{N1} \quad (3)$$

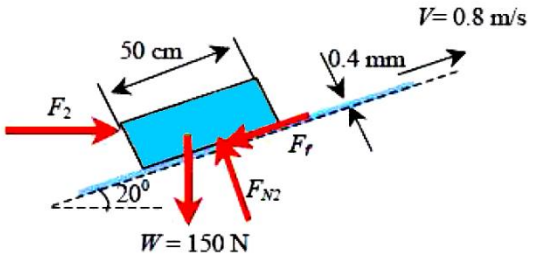
از رابطه ۲ و ۳ داریم :

$$F_{N1} = \frac{W}{cos20^\circ - f\ sin20^\circ} \implies F_{N1} = \frac{150}{cos20^\circ - 0.27\ sin20^\circ} = 177\ N$$

با قرار دادن مقدار F_{N1} در رابطه (۱) داریم :

$$F_1 = F_f\ cos20^\circ + F_{N1}\ sin20^\circ \implies F_1 = (0.27 \times 177)\ cos20^\circ + 177\ sin20^\circ$$

$$F_1 = 105.5\ N$$



$$F_t = \tau A \implies F_t = \mu \frac{V}{h} A \implies F_t = 0.012 \times \frac{0.8}{0.0004} \times (0.5 \times 0.2) = 2.4\ N$$

$$\sum F_x = 0 \implies F_2 - F_t\ cos20^\circ - F_{N2}\ sin20^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \implies F_{N2}\ cos20^\circ - F_t\ sin20^\circ - W = 0 \quad (5)$$

از رابطه ۵ داریم :

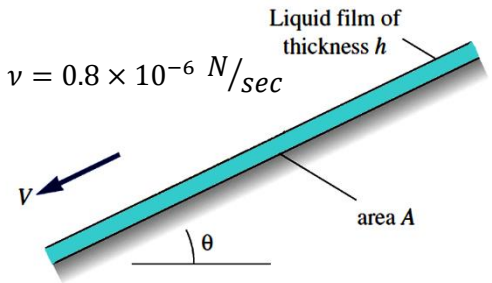
$$F_{N2} = \frac{F_t\ sin20^\circ + W}{cos20^\circ} \implies F_{N2} = \frac{2.4\ sin20^\circ + 150}{cos20^\circ} = 160.5\ N$$

از رابطه ۴ داریم :

$$F_2 = F_t\ cos20^\circ - F_{N2}\ sin20^\circ \implies F_2 = 2.4\ cos20^\circ - 160.5\ sin20^\circ = 57.2\ N$$

$$\text{درصد کاهش نیروی محرک } F = \left(\frac{F_1 - F_2}{F_1}\right) \times 100 = \frac{105.5 - 57.2}{105.5} \times 100 = 45.8\%$$

۸- جریان آبی با سرعت حداکثر ۵۰ سانتیمتر بر ثانیه روی سطح شیبداری تحت اثر وزن خود در حرکت است . اگر جریان آرام ، شیب سطح یک درجه و توزیع سرعت خطی باشد ، ضخامت لایه آب در حال حرکت چقدر است ؟



$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} \implies \tau = \rho \nu \frac{V_{max}}{h} \quad (1)$$

$$F_t = \tau A = \tau b L$$

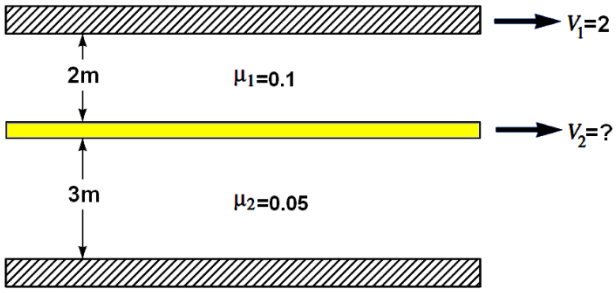
$$F_t = mg\sin\theta = \rho V g\sin\theta = \rho(bLh)g\sin\theta$$

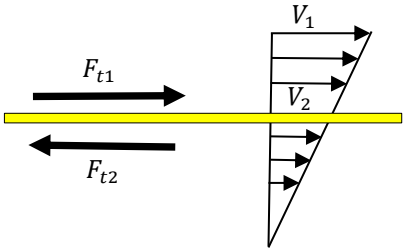
$$\tau = \frac{F_t}{A} \implies \tau = \frac{\rho(bLh)g\sin\theta}{bL} = \rho hg\sin\theta \quad (2)$$

از رابطه ۱ و ۲ داریم :

$$h^2 = \frac{\nu V_{max}}{g\sin\theta} \implies h = \sqrt{\frac{\nu V_{max}}{g\sin\theta}} = \sqrt{\frac{0.8\times10^{-6}\times0.5}{10\sin 1^\circ}} = 1.514\times10^{-3}m = 1.51\,mm$$

۹- صفحه بالایی با سرعت ۲ متر بر ثانیه بطرف راست در حرکت است . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد سرعت صفحه پایینی چقدر است ؟

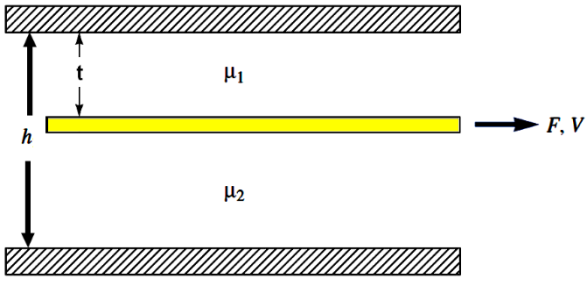




$$\sum F = 0 \implies F_{t1} = F_{t2} \implies \tau_1 = \tau_2$$

$$\mu_1\frac{V_1-V_2}{h_1} = \mu_2\frac{V_2}{h_2} \implies 0.1\times\frac{2-V_2}{2} = 0.05\times\frac{V_2}{3} \implies V_2 = 1.5\ {}^{m}/_{s}$$

۱۰- صفحه ای با سرعت V و سطح تماس A در بین دو لایه مایع با ویسکوزیته متفاوت و دو دیوار ثابت در حرکت است مطلوبست تعیین مقدار t در صورتی که F مینیمم شود . (توزیع سرعت به صورت خطی می باشد)



$$F = \tau_1 A + \tau_2 A$$

$$F = \left(\mu_1\frac{V}{h_1} + \mu_2\frac{V}{h_2}\right)A$$

$$F = VA\left(\frac{\mu_1}{t} + \frac{\mu_2}{h-t}\right)$$

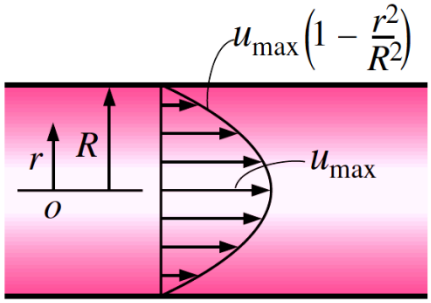
برای محاسبه t باید مشتق F نسبت به t برابر صفر شود .

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0 \implies -VA\left(\frac{\mu_1}{t^2} - \frac{\mu_2}{(h-t)^2}\right) = 0 \implies \frac{\mu_1}{t^2} = \frac{\mu_2}{(h-t)^2} \implies \frac{(h-t)^2}{t^2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\frac{h-t}{t} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \implies \frac{h}{t} - 1 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \implies t = \frac{h}{\left(\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}+1\right)}$$

Mcivil.ir

۱۱- سیالی با لزجت $\mu = ۰/۰۰۹۵۸$ نیوتن ثانیه بر متر مربع در لوله ای به شعاع $R = ۰/۰۵$ متر جریان دارد و سرعت ماگزیمم در لوله برابر $u = ۰/۱۳۹۲$ متر بر ثانیه می باشد . تنش برشی وارد بر جداره لوله را چقدر است ؟



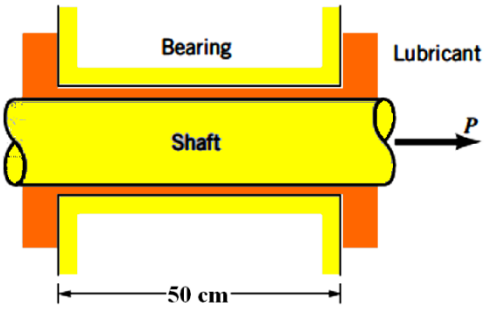
$$\tau = \mu \frac{du}{dr}$$

$$u = 0.1392\left(1 - \frac{r^2}{0.0025}\right)$$

$$\left[\frac{du}{dr}\right]^{r=0.05} = -5.568$$

$$\tau = 0.00958 \times -5.568 = -0.0533$$

۱۲- یک شفت به قطر ۱۰ سانتی متر و طول ۵۰ سانتی متر در داخل یک غلاف با سرعت ۱۲۰ دور در دقیقه می چرخد . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد و فاصله بین شفت و غلاف به ضخامت ۳ میلی متر با روغن پر شده است ، لزجت روغن ۰/۰۰۸ کیلوگرم بر متر ثانیه می باشد توان لازم برای چرخش شفت چقدر است ؟



$$\omega = 120\,rpm \implies \omega = 120 \times \frac{2\pi}{60} = 12.57\ {}^{rad}/_{s}$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \frac{\mu R\omega}{y} \implies \tau = \frac{0.008\times0.05\times12.57}{0.003} = 1.676\ {}^{kg}/_{ms^2}$$

$$A = 2\pi Rh \implies A = 2\pi \times 0.1 \times 0.5 = 0.314\,m^2$$

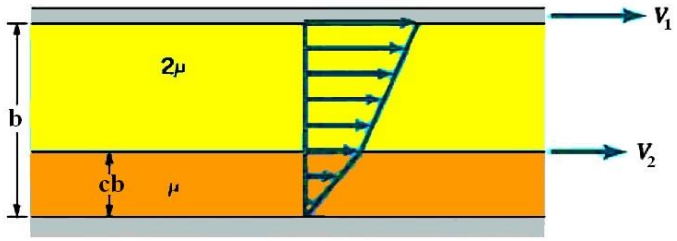
$$F = RA \implies F = 0.05 \times 0.314 = 0.016\ {}^{kg.m}/_{s^2}$$

$$T = FR \implies T = 0.016 \times 0.05 = 0.008\ {}^{kg.m^2}/_{s^2}$$

$$P = T\omega \implies P = 0.008 \times 12.57 = 0.1\ {}^{kg.m^2}/_{s^3}$$

Mcivil.ir

۱۳- صفحه بالایی با سرعت V_1 بطرف راست در حرکت است . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد ، در صورتی که $0 < c < 1$ باشد ، سرعت صفحه پایینی V_2 چقدر است ؟



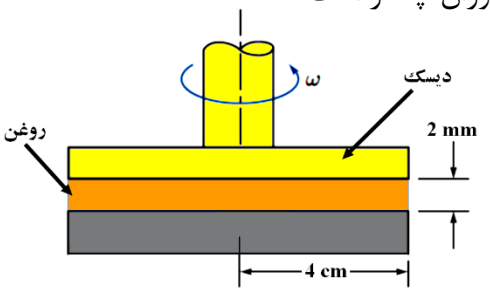
$$\sum F = 0 \implies F_{t1} = F_{t2} \implies \tau_1 = \tau_2$$

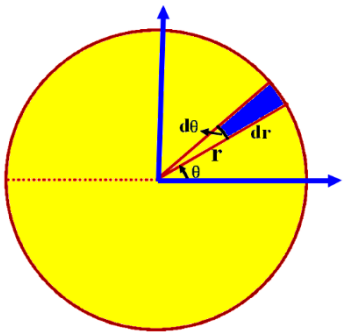
$$\mu_1 \frac{V_1 - V_2}{h_1} = \mu_2 \frac{V_2}{h_2} \implies 2\mu \times \frac{V_1 - V_2}{b - cb} = \mu \times \frac{V_2}{cb} \implies \frac{2(V_1 - V_2)}{1 - c} = \frac{V_2}{c}$$

$$2c(V_1 - V_2) = V_2(1 - c) \implies 2cV_1 - 2cV_2 = V_2 - cV_2$$

$$V_2(c + 1) = 2cV_1 \implies V_2 = \frac{2cV_1}{(c+1)}$$

۱۴- دیسک نشان داده شده با شعاع ۴ سانتی متر و سرعت ۲ رادیان بر ثانیه دوران می کند . فضای بین دیسک و سطح ساکن با روغنی به ضخامت ۲ میلیمتر و لزجت ۰/۰۱ نیوتن ثانیه بر متر مربع پوشیده شده است ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد . گشتاور لازم جهت دوران چقدر است ؟





$$dA = rdrd\theta$$

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \implies \tau = \frac{\mu V}{y} \implies \tau = \frac{\mu r \omega}{h}$$

$$dF = \tau dA = \tau r dr d\theta = \frac{\mu r^2 \omega}{h} dr d\theta$$

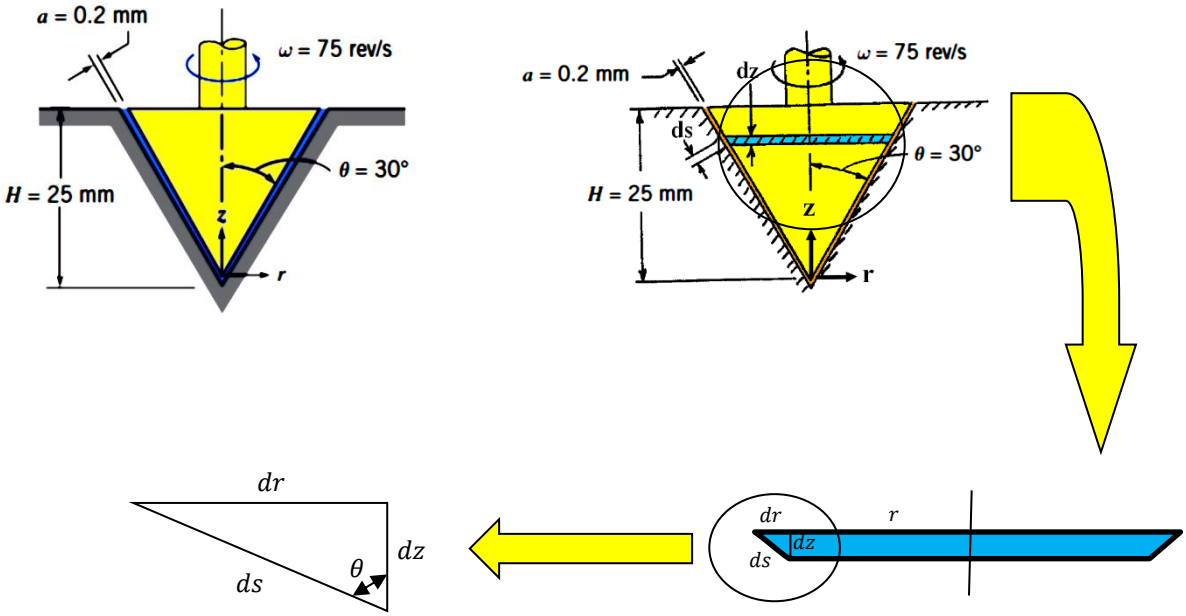
$$dT = rdF = \frac{\mu r^3 \omega}{h} dr d\theta$$

$$T = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\mu r^3 \omega}{h} dr d\theta = \frac{\mu \pi R^4 \omega}{2h}$$

$$T = \frac{0.01 \times \pi \times 0.04^4 \times 2}{2 \times 0.002} = 4.02 \times 10^{-5}\ N.m$$

Mcivil.ir

۱۵- توزیع سرعت به صورت خطی و لزجت مایع بین شفت و غلاف برابر ۰/۲۵ نیوتن ثانیه بر متر مربع می باشد . گشتاور لازم جهت دوران شفت چقدر است ؟



$$\tan\theta = \frac{r}{z} \implies r = z\tan\theta$$

$$dz = ds\cos\theta \implies ds = \frac{dz}{\cos\theta}$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \frac{\mu V}{y} \implies \tau = \frac{\mu r\omega}{h} \implies \tau = \frac{\mu\omega z\tan\theta}{a}$$

$$dA = 2\pi r ds \implies dA = 2\pi r\frac{dz}{\cos\theta}$$

$$dT = r\tau dA \implies dT = r\frac{\mu\omega z\tan\theta}{a}2\pi r\frac{dz}{\cos\theta}$$

$$dT = \frac{2\pi\mu\omega z^3\tan^3\theta}{a\cos\theta}dz$$

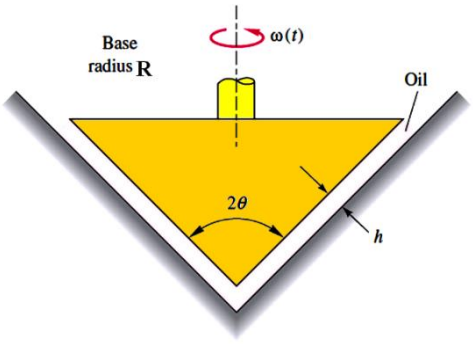
$$T = \int_0^H \frac{2\pi\mu\omega z^3\tan^3\theta}{a\cos\theta}dz = \frac{2\pi\mu\omega\tan^3\theta}{a\cos\theta}\int_0^H z^3 dz = \left[\frac{2\pi\mu\omega\tan^3\theta}{a\cos\theta}\frac{z^4}{4}\right]_0^H$$

$$T = \frac{\pi\mu\omega\tan^3\theta H^4}{2a\cos\theta}$$

$$T = \frac{\pi\times0.25\times30\times2\pi\times\tan^3 30^\circ\times0.025^4}{2\times0.2\times10^{-3}\cos 30^\circ} = 0.032\ N.m$$

Mcivil.ir

۱۶- گشـــتاور لازم جهت دوران شـــفت زیر را با توجه به پارامترهای شـــکل بدســـت آورید ، توزیع ســـرعت به صورت خطی می باشد .



$$dr = ds\sin\theta \implies ds = \frac{dr}{\sin\theta}$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \frac{\mu V}{y} \implies \tau = \frac{\mu r\omega}{h} \implies \tau = \frac{\mu\omega z\tan\theta}{a}$$

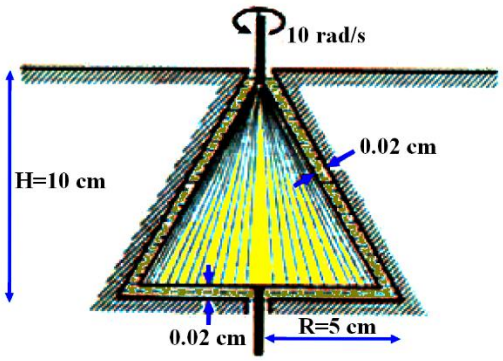
$$dA = 2\pi r ds \implies dA = 2\pi r\frac{dr}{\sin\theta}$$

$$dT = r\tau dA \implies dT = 2\pi\frac{\mu r^3\omega}{h}\frac{dr}{\sin\theta}$$

$$T = \int_0^R \frac{2\pi\mu r^3\omega}{h\sin\theta}dr = \frac{2\pi\mu\omega}{h\sin\theta}\int_0^R r^3 dr$$

$$T = \frac{\pi\mu\omega R^4}{2h\sin\theta}$$

۱۷- لزجت مایع بین شفت و شـکاف برابـر ۰/۲۵ نیـوتن ثانیـه بـر متـر مربـع و توزیـع سـرعت بـه صـورت خطی می باشد . گشتاور لازم جهت دوران شفت چقدر است ؟



$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \frac{\mu V}{y} \implies \tau = \frac{\mu r\omega}{h}$$

$$dA_1 = 2\pi r ds \implies dA_1 = 2\pi r\frac{dr}{\sin\theta}$$

$$dT_1 = r\tau dA_1 \implies dT_1 = 2\pi\frac{\mu r^3\omega}{h}\frac{dr}{\sin\theta}$$

Mcivil.ir

$$T_1 = \int_0^R \frac{2\pi\mu r^3\omega}{h\sin\theta}dr = \frac{2\pi\mu\omega}{h\sin\theta}\int_0^R r^3 dr$$

$$T_1 = \frac{\pi\mu R^4\omega}{2h\sin\theta}$$

$$dT_2 = r\tau dA_2 \implies dT_2 = \frac{\mu r^3\omega}{h}drd\theta$$

$$T_2 = \int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{\mu r^3\omega}{h}drd\theta = \frac{\mu\omega}{h}\int_0^{2\pi}\int_0^R r^3 drd\theta$$

$$T_2 = \frac{\mu\pi R^4\omega}{2h}$$

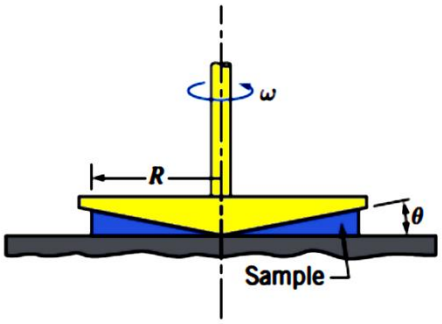
$$T = T_1 + T_2 \implies T = \frac{\pi\mu R^4\omega}{2h\sin\theta} + \frac{\mu\pi R^4\omega}{2h} = \frac{\mu\pi R^4\omega}{2h}\left(\frac{1}{\sin\theta}+1\right)$$

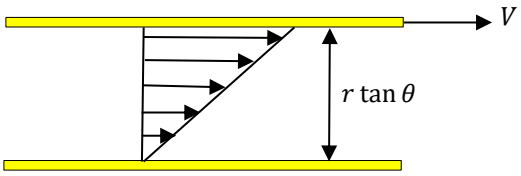
$$T = \frac{\mu\pi R^4\omega}{2h}(\csc\theta + 1)$$

$$\tan\theta = \frac{5}{10} \implies \theta = 26.57^\circ$$

$$T = \frac{0.25\times\pi\times 0.05^4\times 10}{2\times 0.0002}\left(\frac{1}{\sin 26.57^\circ}+1\right) = 0.4\ N.m$$

۱۸- گشتاور لازم جهت دوران دیسک زیر را با توجه به پارامترهای شکل بدست آورید ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .





$$\tan\theta = \frac{y}{r} \implies y = r\tan\theta \overset{\theta\ll 1}{\Rightarrow} y = r\theta$$

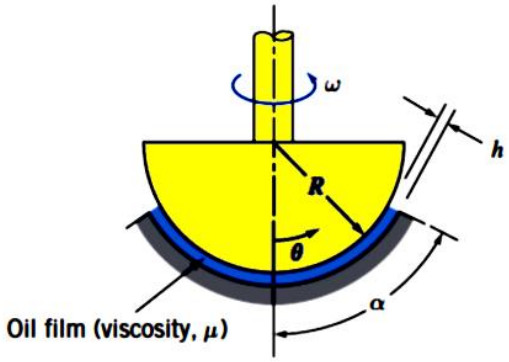
$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{y} \implies \tau = \mu\frac{r\omega}{r\theta} = \mu\frac{\omega}{\theta}$$

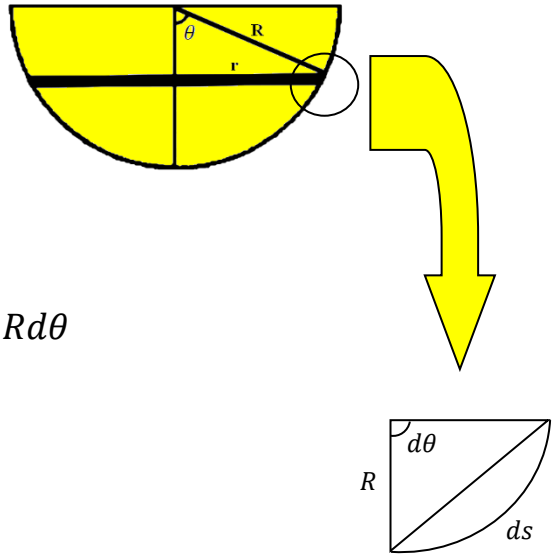
$$dT = r\tau dA \implies dT = r\frac{\mu\omega}{\theta}(2\pi r dr)$$

$$T = \int_0^R \frac{2\pi\mu r^2\omega}{\theta}dr \implies T = \frac{2\pi\mu\omega}{\theta}\int_0^R r^2 dr$$

$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^3}{3\theta}$$

۱۹- گشتاور لازم جهت دوران دیسک زیر را با توجه به پارامترهای شکل بدست آورید ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .





$$r = R\sin\theta \;\; . \;\; V = r\omega = R\omega\sin\theta \;\; . \;\; ds = Rd\theta$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{y} \implies \tau = \mu\frac{R\omega\sin\theta}{h}$$

$$dA = 2\pi r ds \implies dA = 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta$$

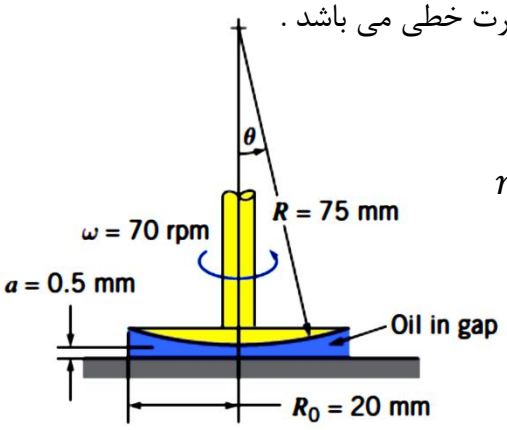
$$dT = r\tau dA \implies dT = (R\sin\theta)\left(\frac{\mu R\omega\sin\theta}{h}\right)2\pi R^2\sin\theta\, d\theta$$

$$dT = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{h}\sin^3\theta d\theta$$

$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{h}\int_0^{\alpha}\sin^3\theta d\theta \implies T = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{h}\left[\frac{\cos(3\theta)}{12} - \frac{3\cos\theta}{4}\right]_0^{\alpha}$$

$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{h}\left[\frac{\cos(3\alpha)}{12} - \frac{3\cos\alpha}{4} + \frac{2}{3}\right]$$

۲۰- تنش برشی ماگزیمم و گشتاور لازم جهت دوران دیسک زیر را با توجه به پارامترهای شکل بدست آورید ، لزجت روغن برابر $1.25\,{}^{N.s}/_{m^2}$ و توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .



$$r = R\sin\theta \;\; . \;\; V = r\omega = R\omega\sin\theta$$

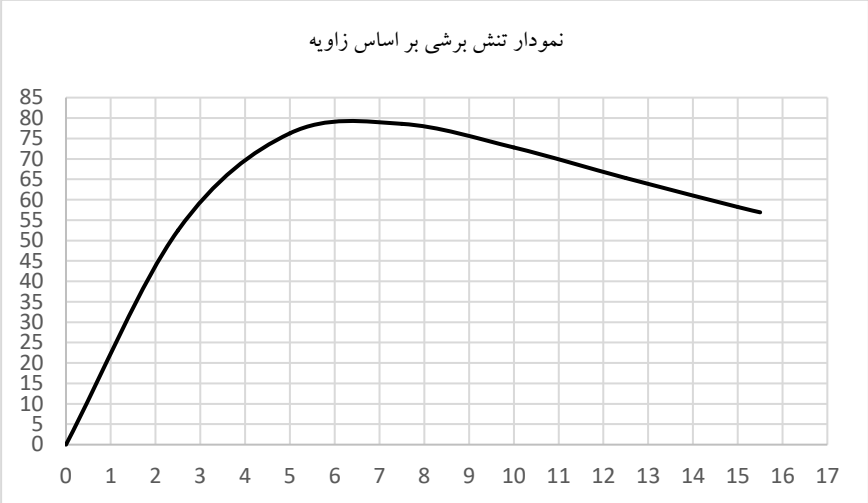
$$h = a + R(1 - \cos\theta)$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{h} \implies \tau = \frac{\mu R\omega\sin\theta}{a + R(1-\cos\theta)}$$

$$\theta_{Max} = \sin^{-1}\frac{20}{75} \implies \theta_{Max} = 15.5^{\circ}$$

روش اول) ترسیمی :

θ (deg)	τ N/m^2
0	0
2.5	52.46
5	76.26
7.5	78.57
10	72.79
12.5	65.3
15	58.21
15.5	56.9



$0 \le \theta \le 15.5^{\circ}$

با توجه به نمودار معلوم میشود که تنش برشی ماگزیمم در زاویه ۶/۵ درجه اتفاق می افتد .

$$\tau = \frac{1.25\times0.075\times70\times\frac{2\pi}{60}\times sin\,\theta}{0.0005+0.075(1-cos\,\theta)} \implies \tau = \frac{0.6872\,sin\,\theta}{0.0005+0.075(1-cos\,\theta)}$$

$$\theta = 6.5^{\circ} \implies \tau_{Max} = \frac{0.6872\,sin\,6.5^{\circ}}{0.0005+0.075(1-cos\,6.5^{\circ})} = 79.2\ {}^{N}/_{m^2}$$

روش دوم) مشتق گیری :

تنش برشی موقعی ماگزیمم می شود که مشتق رابطه تنش برابر صفر گردد یعنی :

$$\frac{d\tau}{d\theta} = 0 \implies \frac{\mu R\omega(acos\,\theta+Rcos\,\theta-R)}{a+R(1-cos\,\theta)} = 0 \implies acos\,\theta + Rcos\,\theta - R = 0$$

$$Rcos\,\theta + acos\,\theta = R \implies cos\,\theta(R+a) = R \implies cos\,\theta = \left(\frac{R}{R+a}\right)$$

$$\cos\theta = \left(\frac{75}{75+0.5}\right) \implies \theta = 6.6^{\circ}$$

$$\theta = 6.6^{\circ} \implies \tau_{Max} = \frac{0.6872\,sin\,6.6^{\circ}}{0.0005+0.075(1-cos\,6.6^{\circ})} = 79.2\ {}^{N}/_{m^2}$$

$$dA = 2\pi r dr \implies dA = 2\pi(Rsin\,\theta)(Rcos\theta)d\theta$$

$$dT = r\tau dA \implies dT = (R\,sin\,\theta)\left(\frac{\mu\,R\omega\,sin\,\theta}{a+R(1-cos\,\theta)}\right)2\pi(Rsin\,\theta)(Rcos\theta)d\theta$$

$$T = 2\pi\mu\omega R^4 \int_0^{\theta_{Max}} \frac{(sin^3\,\theta)cos\,\theta}{a+R(1-cos\,\theta)}\,d\theta$$

Mcivil·ir

$$T = 2\pi \times 1.25 \times 70 \times \frac{2\pi}{60} \times (0.075)^4 \int_0^{\theta_{Max}} \frac{(sin^3\,\theta)cos\,\theta}{0.0005+0.075(1-cos\,\theta)}\,d\theta$$

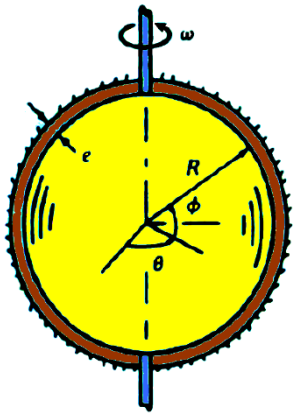
برای نوشتن حدود انتگرال ابتدا باید درجه را به رادیان تبدیل کرد :

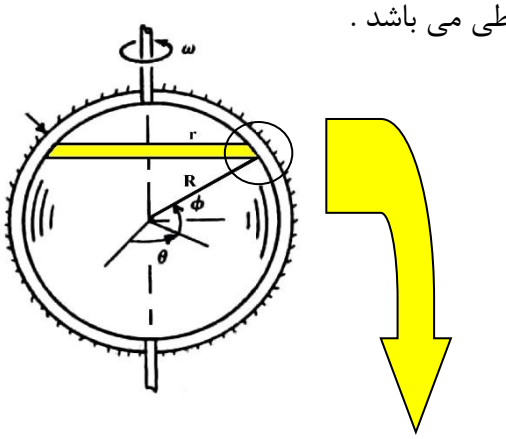
$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \implies \frac{15.5}{180} = \frac{R}{\pi} \implies R = 0.086\pi$$

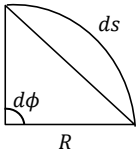
$$T = 1.823 \times 10^{-3} \int_0^{0.086\pi} \frac{(sin^3\,\theta)cos\,\theta}{0.0005+0.075(1-cos\,\theta)}\,d\theta$$

$$T = 1.124 \times 10^{-3}\ N.m$$

۲۱- گشتاور لازم جهت دوران کره زیر را با توجه به پارامترهای داده شده بدست آورید ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .







$$r = R\,cos\,\phi \;\;.\; V = r\omega = R\omega\,cos\,\phi \;\;.\; ds = Rd\phi$$

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{y} \implies \tau = \mu\frac{R\omega\,cos\,\phi}{e}$$

$$dA = 2\pi r ds \implies dA = 2\pi R^2 cos\,\phi\,d\phi$$

$$dT = r\tau dA \implies dT = (R\,cos\,\phi)\left(\frac{\mu R\omega\,cos\,\phi}{e}\right) 2\pi R^2 cos\,\phi\,d\phi$$

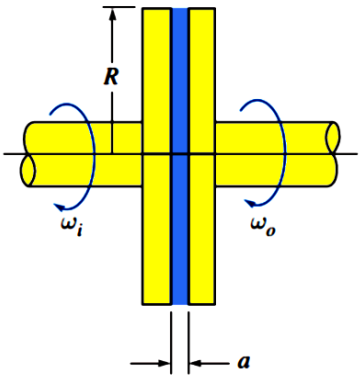
$$dT = \frac{2\pi\,\mu\omega\,R^4}{e} cos^3\phi d\phi$$

$$T = \frac{2\pi\,\mu\omega\,R^4}{e}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cos^3\phi d\phi \implies T = \frac{2\pi\,\mu\omega\,R^4}{e}\left[\frac{sin(3\phi)}{12} + \frac{3cos\phi}{4}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$T = \frac{2\pi\,\mu\omega\,R^4}{e}\left[\frac{4}{3}\right] = \frac{8\pi\,\mu\omega\,R^4}{3e}$$

Mcivil.ir

۲۲- با توجه به مشخصات داده شده لنگر ، توان ، اتلاف و بازده سیستم زیر را محاسبه کنید . توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .



$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{\Delta V}{\Delta y} \implies \tau = \mu\frac{r(\omega_i-\omega_0)}{a}$$

$$dT = r\tau dA \implies dT = \mu\frac{r^3\Delta\omega}{a}drd\theta$$

$$T = \int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{\mu r^3\Delta\omega}{a}drd\theta \implies T = \frac{\mu\Delta\omega}{a}\int_0^{2\pi}\int_0^R r^3drd\theta = \frac{\pi\mu\Delta\omega R^4}{2a}$$

$$P_0 = T\omega_0 \implies P_0 = \frac{\pi\mu\omega_0\Delta\omega R^4}{2a}$$

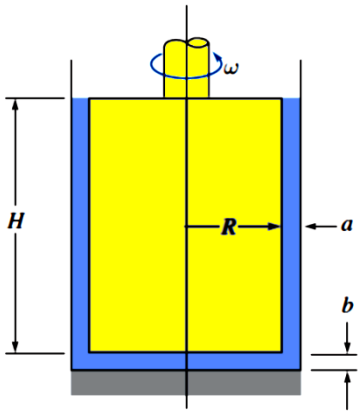
$$\varrho = \frac{\Delta\omega}{\omega_i} \implies \varrho = \frac{2aT}{\pi\mu R^4\omega_i}$$

$$\eta = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \implies \eta = \frac{T\omega_0}{T\omega_i} \implies \eta = \frac{T\omega_0}{T\omega_i} \quad (1)$$

$$\omega_0 = \omega_i - \Delta\omega \quad (2)$$

$$(1).(2) \implies \eta = \frac{\omega_i-\Delta\omega}{\omega_i} \implies \eta = 1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_i} = 1 - \varrho$$

۲۳- گشتاور لازم جهت دوران استوانه زیر را با توجه به پارامترهای شکل بدست آورید ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .



$$\tau_1 = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau_1 = \frac{\mu V}{y} \implies \tau_1 = \frac{\mu r\omega}{b}$$

$$dF_1 = \tau_1 dA = \tau_1 r drd\theta = \frac{\mu r^2\omega}{b}drd\theta$$

$$dT_1 = r dF_1 = \frac{\mu r^3\omega}{b}drd\theta$$

$$T_1 = \int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{\mu r^3\omega}{b}drd\theta = \frac{\mu\pi R^4\omega}{2b}$$

$$\tau_2 = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau_2 = \frac{\mu V}{y} \implies \tau_2 = \frac{\mu R\omega}{a}$$

$$F_2 = \tau_2 A = \frac{\mu R\omega}{a} \times 2\pi RH = \frac{2\mu\pi R^2\omega H}{a}$$

Mcivil.ir

$$T_2 = RF_2 = \frac{2\mu\pi R^3 \omega H}{a}$$

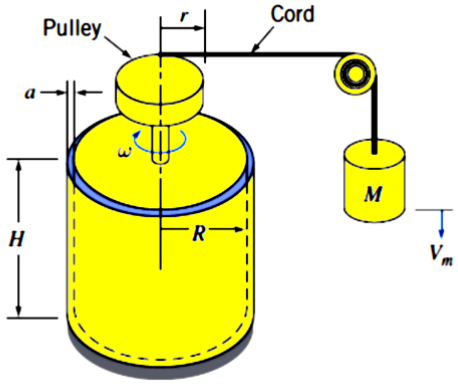
$$T = T_1 + T_2 = \frac{\mu\pi R^4 \omega}{2b} + \frac{2\mu\pi R^3 \omega H}{a} = \mu\pi R^3 \omega \left(\frac{R}{2b} + \frac{2H}{a}\right)$$

۲۴- شکل زیر با مشخصات داده شده مفروض است ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد . مطلوبست :

$R = 50\ mm$. $r = 25\ mm$. $M = 0.1\ kg$. $a = 0.2\ mm$. $H = 80\ mm$. $V_m = 30\ {}^{mm}/_{s}$

الف) محاسبه ضریب ویسکوزیته مایع بین سیلندر و شفت در سرعت ثابت .

ب) در صورتی که $I = 0.0273\ kg.m^2$ و $\mu = 0.1\ {}^{N.s}/_{m^2}$ باشد ، محاسبه مدت زمانی که سرعت دورانی ٪۹۹ سرعت اولیه شود .



$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}$$

$$\sum T = I\alpha \ . \ \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$T = FR = \tau AR$$

الف) سرعت ثابت :

ابتدا با توجه به تفاوت شعاع پولی با سیلندر ، سرعت سیلندر را بدست می آوریم .

$$\omega_{\text{پولی}} = \omega_{\text{سیلندر}} \implies \frac{V_m}{r} = \frac{V}{R} \implies V = \frac{V_m R}{r}$$

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu \frac{V}{a} \implies \tau = \mu \frac{V_m R}{ar}$$

$$\sum T = 0 \implies Mgr - \tau AR = 0 \implies Mgr - \mu \frac{V_m R}{ar}(2\pi RH)R = 0$$

$$Mgr = \frac{2\pi\mu V_m R^3 H}{ar} \implies \mu = \frac{Mgr^2 a}{2\pi V_m R^3 H}$$

$$\mu = \frac{0.1 \times 9.81 \times 0.025^2 \times 0.0002}{2\pi \times 0.03 \times 0.05^3 \times 0.08} = 0.0651\ {}^{N.s}/_{m^2}$$

ب)

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu \frac{V}{a} \implies \tau = \frac{\mu R \omega}{a}$$

$$\sum T = I\alpha \implies Mgr - \tau AR = I\alpha \implies Mgr - \frac{\mu R \omega}{a}(2\pi RH)R = I\frac{d\omega}{dt}$$

برای راحتی انتگرال گیری مقادیر ثابت را به صورت زیر فرض می کنیم :

$$\overbrace{Mgr}^{A} - \overbrace{\frac{2\pi\mu R^3 H}{a}}^{B}\omega = \overbrace{I}^{C}\frac{d\omega}{dt} \implies A - B\omega = C\frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{dt}{C} = \frac{d\omega}{A-B\omega} \implies \int_0^t \frac{dt}{C} = \int_0^\omega \frac{d\omega}{A-B\omega} \implies \frac{t}{C} = -\left[\frac{\ln(A-B\omega)}{B}\right]_0^\omega$$

$$\frac{t}{C} = -\frac{1}{B}\ln\left(1-\frac{B\omega}{A}\right) \implies -\frac{B}{C}t = \ln\left(1-\frac{B\omega}{A}\right) \implies e^{-\frac{Bt}{C}} = 1-\frac{B\omega}{A}$$

$$\omega = \frac{A}{B}\left[1-e^{-\frac{Bt}{C}}\right] \implies \omega = \omega_0\left[1-e^{-\frac{Bt}{C}}\right]$$

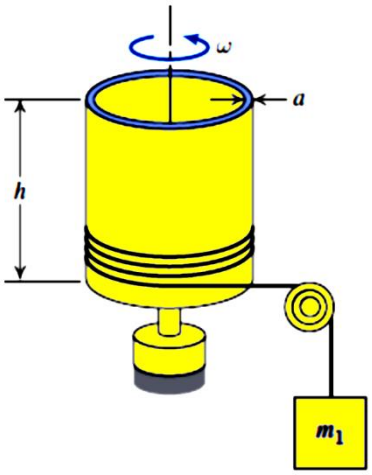
$$B = \frac{2\pi\mu R^3 H}{a} = \frac{2\pi\times 0.1\times 0.05^3\times 0.08}{0.0002} = 0.0314\ N.m.s$$

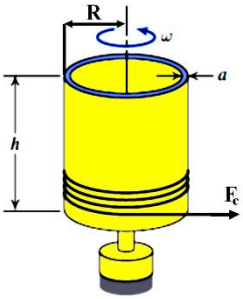
$$C = I = 0.0273\ kg.m^2$$

$$0.99\omega_0 = \omega_0\left[1-e^{-\frac{0.0314t}{0.0273}}\right] \implies 0.01 = e^{-1.15t}$$

$$-1.15t = \ln 0.01 \implies t = \frac{\ln 0.01}{-1.15} \implies t = 4\ s$$

۲۵- در شکل زیر حداکثر سرعت دورانی استوانه با شعاع R و جرم m_2 را بدست آورید ، توزیع سرعت به صورت خطی می باشد .





شکل ۱

شکل ۲

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{V}{a} \implies \tau = \mu\frac{R\omega}{a}$$

$$T = \tau AR = \frac{2\pi\mu R^3\omega h}{a}$$

(۱) شکل $\sum T = I\alpha \implies F_cR - T = I\alpha \implies F_cR - T = m_2R^2\frac{d\omega}{dt}$ (1)

(۲) شکل $\sum F_y = m_1 a \implies m_1 g - F_c = m_1\frac{dV}{dt} = m_1R\frac{d\omega}{dt}$ (2)

از رابطه ۲ داریم :

Mcivil.ir

$$F_c = m_1 g - m_1 R \frac{d\omega}{dt}$$

با قرار دادن مقادیر F_c و T در رابطه ۱ داریم :

$$m_1 gR - m_1 R^2 \frac{d\omega}{dt} - \frac{2\pi\mu R^3 \omega h}{a} = m_2 R^2 \frac{d\omega}{dt}$$

$$m_1 gR - \frac{2\pi\mu R^3 h}{a}\omega = (m_1 + m_2)R^2 \frac{d\omega}{dt}$$

برای راحتی انتگرال گیری مقادیر ثابت را به صورت زیر فرض می کنیم :

$$\overbrace{m_1 gR}^{A} - \frac{\overbrace{2\pi\mu R^3 h}^{B}}{a}\omega = \overbrace{(m_1 + m_2)R^2}^{C}\frac{d\omega}{dt} \quad \Longrightarrow \quad A - B\omega = C\frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{dt}{C} = \frac{d\omega}{A-B\omega} \quad \Longrightarrow \quad \int_0^t \frac{dt}{C} = \int_0^\omega \frac{d\omega}{A-B\omega} \quad \Longrightarrow \quad \frac{t}{C} = -\left[\frac{\ln(A-B\omega)}{B}\right]_0^\omega$$

$$\frac{t}{C} = -\frac{1}{B}\ln\left(1 - \frac{B\omega}{A}\right) \Longrightarrow -\frac{B}{C}t = \ln\left(1 - \frac{B\omega}{A}\right)$$

$$e^{-\frac{Bt}{C}} = 1 - \frac{B\omega}{A} \quad \Longrightarrow \quad \omega = \frac{A}{B}\left[1 - e^{-\frac{Bt}{C}}\right]$$

$$\omega = \frac{m_1 gRa}{2\pi\mu R^3 h}\left[1 - e^{\left(\frac{-2\pi\mu R^3 h}{a(m_1+m_2)R^2}\right)t}\right] \Longrightarrow \quad \omega = \frac{m_1 ga}{2\pi\mu R^2 h}\left[1 - e^{\left(\frac{-2\pi\mu Rh}{a(m_1+m_2)}\right)t}\right]$$

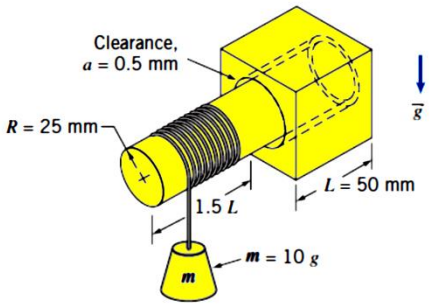
ماگزیمم ω وقتی اتفاق می افتد که $t \longrightarrow \infty$

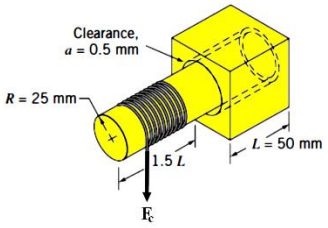
$$\omega_{Max} = \frac{m_1 ga}{2\pi\mu R^2 h}$$

۲۶- شکل زیر با مشخصات داده شده مفروض است مطلوبست :

الف) محاسبه ماگزیمم سرعت دورانی شفت به وزن مخصوص ۲۶۴۰ کیلوگرم بر متر مکعب

ب) محاسبه زمانی که سرعت دورانی به ۹۵٪ سرعت دورانی ماگزیمم برسد .





$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \quad \Longrightarrow \quad \tau = \mu\frac{V}{a} \quad \Longrightarrow \quad \tau = \mu\frac{R\omega}{a}$$

Mcivil.ir

$$T = \tau AR = \frac{2\pi\mu R^3 \omega L}{a}$$

$$\sum F_y = ma \implies mg - F_c = m\frac{dV}{dt} = mR\frac{d\omega}{dt} \implies F_c = mg - mR\frac{d\omega}{dt}$$

$$\sum T = I\alpha \implies F_c R - T = I\alpha \implies \left(mg - mR\frac{d\omega}{dt}\right)R - \frac{2\pi\mu R^3 \omega L}{a} = I\frac{d\omega}{dt}$$

$$mgR - mR^2\frac{d\omega}{dt} - \frac{2\pi\mu R^3 \omega L}{a} = I\frac{d\omega}{dt}$$

$$\overbrace{mgR}^{A} - \overbrace{\frac{2\pi\mu R^3 L}{a}}^{B}\omega = \overbrace{I + mR^2}^{C}\frac{d\omega}{dt} \implies A - B\omega = C\frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{dt}{C} = \frac{d\omega}{A - B\omega} \implies \frac{t}{C} = \int_0^{\omega}\frac{d\omega}{A - B\omega} \implies \frac{t}{C} = -\left[\frac{1}{B}\ln(A - B\omega)\right]_0^{\omega}$$

$$\frac{t}{C} = -\frac{1}{B}\ln\left(1 - \frac{B\omega}{A}\right) \implies -\frac{Bt}{C} = \ln\left(1 - \frac{B\omega}{A}\right) \implies e^{-\frac{Bt}{C}} = 1 - \frac{B\omega}{A}$$

$$\omega = \frac{A}{B}\left[1 - e^{-\frac{Bt}{C}}\right]$$

ماگزیمم ω وقتی اتفاق می افتد که $t \longrightarrow \infty$

$$\omega_{Max} = \frac{A}{B}$$

$$A = mgR \implies A = 0.01 \times 9.81 \times 0.025 = 2.45 \times 10^{-3}\ N.m$$

$$B = \frac{2\pi\mu R^3 L}{a} \implies B = \frac{2\pi \times 0.095 \times 0.025^3 \times 0.05}{0.0005} = 9.33 \times 10^{-4}\ N.m.s$$

$$\omega_{Max} = \frac{2.45\times10^{-3}}{9.33\times10^{-4}} = 2.63\ {}^{rad}/_{s}$$

$$M = \pi R^2(1.5L + L)\gamma = \pi \times 0.025^2 \times 2.5 \times 0.05 \times 2640 = 0.648\ kg$$

$$C = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 \implies C = \left(\frac{1}{2} \times 0.648 \times 0.025^2\right) + (0.01 \times 0.025^2)$$

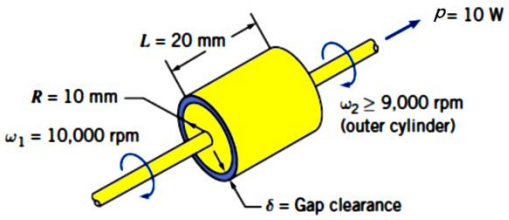
$$C = 2.09 \times 10^{-4} kg.m^2$$

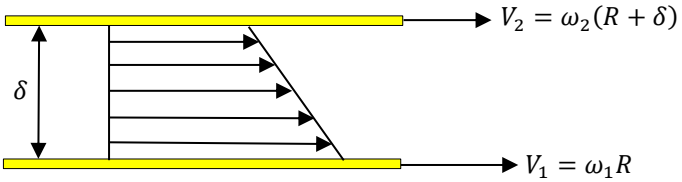
$$\omega = \frac{A}{B}\left[1 - e^{-\frac{Bt}{C}}\right] \implies 0.95\omega_{Max} = \frac{A}{B}\left[1 - e^{-\frac{Bt}{C}}\right]$$

$$0.95\frac{A}{B} = \frac{A}{B}\left[1 - e^{-\frac{Bt}{C}}\right] \implies 0.95 = 1 - e^{-\frac{Bt}{C}} \implies e^{-\frac{Bt}{C}} = 0.05$$

$$e^{-\frac{9.33\times10^{-4}t}{2.09\times10^{-4}}} = 0.05 \implies e^{-4.46t} = 0.05 \implies -4.46t = \ln 0.05 \implies t = 0.672\ s$$

۲۷- ضریب لزجت مایع بین شیار با ضخامت ۰/۵ میلیمتر را با توجه به مشخصات داده شده بدست آورید .





$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} \implies \tau = \mu\frac{\Delta V}{\delta} \implies \tau = \mu\frac{V_1 - V_2}{\delta} \implies \tau = \mu\frac{\omega_1 R - \omega_2(R+\delta)}{\delta}$$

$$P = T\omega_2 = FR\omega_2 = \tau A_2 R\omega_2 = \mu\frac{\omega_1 R - \omega_2(R+\delta)}{\delta} \times 2\pi RL \times R \times \omega_2$$

$$P = \mu\frac{2\pi R^2 L\omega_2[R(\omega_1 - \omega_2) - \omega_2\delta]}{\delta} \implies \mu = \frac{P\delta}{2\pi R^2 L\omega_2[R(\omega_1 - \omega_2) - \omega_2\delta]}$$

$$\mu = \frac{5\times 0.0005}{2\pi\times 0.01^2\times 0.02\times 9000\times\frac{2\pi}{60}\times\left[\left(0.01\times 1000\times\frac{2\pi}{60}\right) - \left(9000\times\frac{2\pi}{60}\times 0.0005\right)\right]} = 0.366\ {}^{N.s}/_{m^2}$$