مرجع تخصصی مهندسی عمران

www.Mcivil.ir

دانلود انواع پروژه های دانشجویی مهندسی عمران

فیلم های آموزشی نرم افزار

آگهی های استخدامی عمران به صورت روزانه

«هیدرولیک»

85.11.29 (1

سرفصلهای مطلوب:

1 - شناخت انواع جریانها

2 - شناخت حالات جریان و معرفی اعداد رینولدز و فرود

3 - یادآوری و مفاهیم پایه در هیدرولیک از قبیل معادله پیوستگی، معادله انرژی، معادله اندازه حرکت، توزیع سرعت، توزیع فشار و...

4 - اصل انرژی و کاربرد آن در کانالها، انرژی مخصوص، جریان بحرانی و ویژگیهای آن.

5 - کاربرد انرژی مخصوص در تحلیل جریان در کانالها برای جریان همگرا، واگرا و شرایط بالا و پایین افتادن کف کانال.

6 - اصل اندازه حرکت و کاربرد آن در کانالها؛ نیروی مخصوص.

7 - کاربرد اصل نیروی مخصوص در تحلیل جریانها، تغییر مقطع کانال، پرش هیدرولیکی

8 - معادله مقاومت جریان، معادلات مانینگ، شزی، دارسی ویسباخ و... برای جریانهای یکنواخت و کاربرد این معادلات در طراحی کانالها

9 - بهترین مقطع هیدرولیکی

10 - بررسی جریانهای متغیر تدریجی و ارائه تقریبهای مربوطه

11 - ارائه روشهای محاسبه پروفیل سطح آب در جریانهای متغیر تدریجی؛ روش انتگرال گیری گام به گام و گام به گام استاندارد.

منابع:

1- Open channel Hydraulics, Ven T. Chow. (1959)

2- Open channel flow, Henderson. (1966)

3- Flow in open channels, Subramanya.

4- هیدرولیک کانالهای باز؛ دکتر محمود حسنی، دکتر جلیل ابریشمی؛ دانشگاه امام رضا.

5- هیدرولیک کاربردی، دکتر بجایی.

6- هیدرولیک جریانهای باز، دکتر قاضی

7- هیدرولیک جریانهای غیرماندگار، مسعودی، کوچکزاده.

کلیات و مفاهیم اولیه:

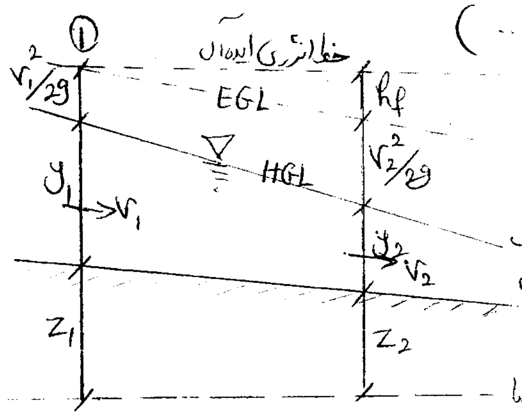
مقایسه جریان در کانالهای باز و مجاری تحت فشار:

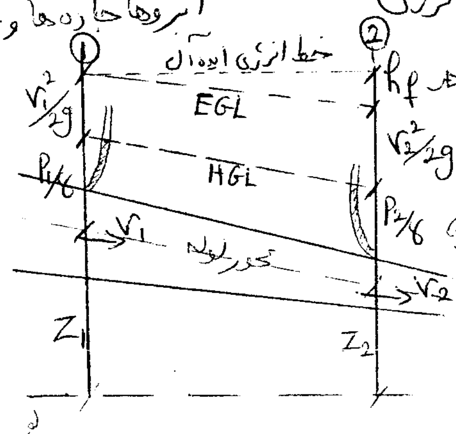
جریان مایع دریک مجرا
- تحت فشار ← هیدرولیک مجاری تحت فشار (جریان آب در لوله‌ها که کلیه آبرسانی شهری، شبکه‌های توزیع آب شهری، لوله‌کشی ساختمانها و ...)
- جریان آزاد ← هیدرولیک کانالهای باز

* به هر مجرایی که در آن آب جریان داشته باشد و با اتمسفر در تماس باشد «کانال باز» می‌گویند.

(حرکت آب در آبراهه‌های طبیعی نظیر رودخانه‌ها و نهرها، آبراهه‌های مصنوعی نظیر کانالهای آبرسانی و کانالهای آبیاری و زهکشی، شبکه‌های جمع‌آوری و انتقال فاضلاب، جریان در آبروهای جاده‌ها و حاشیه خیابانها و ...)

الف- از نظر انرژی





hf: افت انرژی در مسیر حرکت

EGL: خط تراز انرژی

HGL: خط تراز هیدرولیکی (خط پیزومتری)

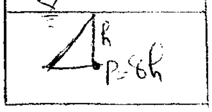
« جریان در کانال » « جریان تحت فشار »

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - h_f = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$ (رابطه برنولی)

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z$$ (رابطه برنولی)

انرژی = ارتفاع معادل سرعت + ارتفاع معادل فشار + ارتفاع از مبنا

(انرژی جنبشی) (انرژی فشاری) (انرژی پتانسیل)



$$\Rightarrow \frac{P}{\gamma} = \frac{\gamma h}{\gamma} = h$$

حرکت آب: $V_1 = V_2$ و $y_1 = y_2$ ⇒ $h_f = Z_1 - Z_2$ (افت انرژی برابر اختلاف ارتفاع است)

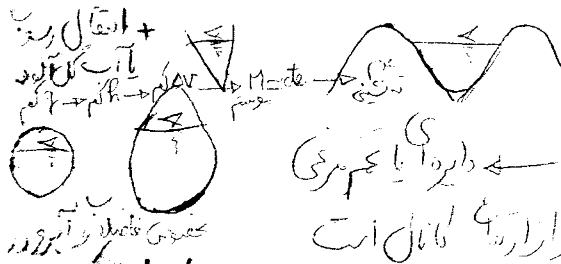
لوله افقی و حرکت یکنواخت: $V_1 = V_2$ ⇒ $h_f = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}$ (اختلاف فشار)

ارتفاع پیزومتریک $= \frac{P}{\gamma} + Z$

* در کانالهای باز خط تراز هیدرولیکی بر سطح آزاد آب منطبق است و معرف پروفیل طولی سطح جریان می‌باشد.

ب- سطح مقطع لوله‌ها عموماً دایره‌ای شکل است درحالیکه کانالهای باز دارای شکلهای گوناگون نظیر مستطیلی، ذوزنقه‌ای، مثلثی، دایره‌ای و ... می‌باشند.

کاربردها:



در حد فاصل دو کوه ← مقطع مثلثی

آبروی حاشیه خیابانها و جاده‌ها (آبگذر)

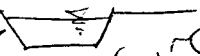
اگر مجبور باشیم کانال را از زیر زمین عبور دهیم ← دایره‌ای یا تخم مرغی

در این حالت چون سطح آزاد آب باید تراز ارتفاع کانال است (تحت فشار نیست)

تخم مرغی: علاوه بر خواص سازه‌ای (باربری مقطع در حالت مدفون) به منظور استفاده از رفتار هیدرولیکی آن در برابر جریان دبی کم طراحی می‌کنند.

در صورتیکه خاک مجاور کانال محکم و مقاوم در برابر برش باشد ← مستطیلی

عبور کانال از خاکریز است ← دوزنقه‌ای (معمولترین شکل کانالهای آبیاری)



شیب کناره‌ها ← پایداری نخستی

ج - لوله‌های تحت فشار بدلیل آنکه در کارخانه ساخته می‌شوند دارای شکل، خصوصیات فیزیکی و خواص ثابت هستند. کانالهای باز برحسب جنس زمینی که از آن عبور می‌کنند یا جنس مصالحی که برای ساخت کانال استفاده می‌شود خواص مختلفی دارند. پس ضریب زبری و اصطکاک دیواره‌های کانال برعکس لوله‌ها ثابت نبوده و بر پیچیدگی مسأله می‌افزاید.

انواع کانالهای باز:

دیدگاه کلی
- کانالهای طبیعی ← بصورت طبیعی و بدون دخالت انسان در سطح زمین ایجاد می‌گردند. مانند آبراهه‌های طبیعی. مشخصات این کانالها با زمان و مکان تغییر می‌کند.
- کانالهای مصنوعی ← با دخالت بشر و با مصالح مختلف برای مقاصد مختلف آبرسانی، آبیاری، جمع آوری و انتقال فاضلابها یا آبهای سطحی و... ساخته می‌شوند.

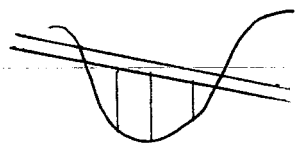
از نظر تغییر در سطح مقطع
- منشوری (prismatic) ← سطح مقطع و شیب ثابت در طول مسیر (عموماً کانالهای مصنوعی)
- غیرمنشوری (Non-prismatic) ← تغییر سطح مقطع یا شیب در طول مسیر (عموماً کانالهای طبیعی)

از نظر پایداری مصالح حداره کانال در مقابل فرسایش
- حداره ثابت ← مصالح حداره ثابت و غیرمتحرک (سنگ، چوب، فلز، مصالح بنایی) یک درجه آزادی (عمق)
- حداره متحرک ← حداره در معرض فرسایش یا رسوبگذاری چار درجه آزادی (عمق، عرض مقطع، شیب و پلان عمومی)
  ← بررسی در مهندسی رودخانه و هیدرولیک رسوب

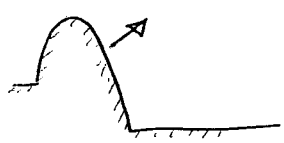
انواع کانال‌های مصنوعی

- کانال (کانال طویل) (Canal) ← آبراهه طولانی با شیب ملایم و کم که در زمین حفر می‌شود بدون پوشش یا دارای پوششی از خشت، بتن، سنگ، سیمان یا آسفالت

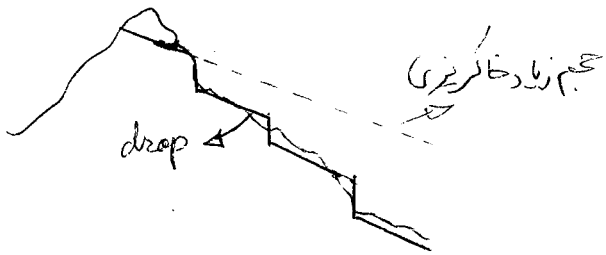
- کانال پایه‌دار (فلوم) (Flume) ← بالاتر از سطح زمین توسط شمع و پایه احداث می‌شوند و معمولاً آب را از یک طرف دره به طرف دیگر منتقل می‌کنند. از خشت خوب، ملزی بتن و ... به کانال کوچک آبیاری نیز گفته می‌شود.



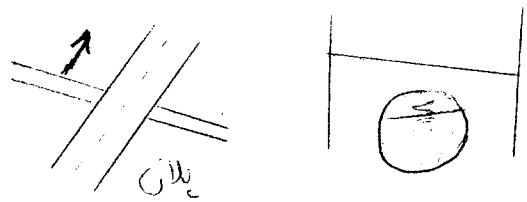
- تندآبراه (شوت) (Chute) ← کانال کوتاهی که شیب تند داشته و آب را از ارتفاع زیاد به ارتفاع پایین‌تری می‌رساند ($\Delta h > 4.5\,m$)



- شیب‌شکن (Drop) ← شبیه شوت ($0.9 < \Delta h \leq 4.5\,m$)



- آبرو (آبگذر) (Culvert) ← تونلی که در آن آب جریان دارد و برای عبور آب از زیر جاده‌ها و گذرگاه‌ها به کار می‌رود.

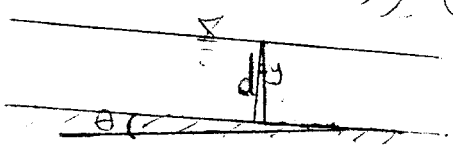


- تونل با جریان آزاد ← کانال طولانی برای عبور آب از داخل کوه‌ها

- تبدیل ← هرگونه تغییر در جهت یا سطح مقطع جریان در فاصله کوتاهی از مسیر کانال

مشخصات هندسی مقاطع کانال‌های باز:

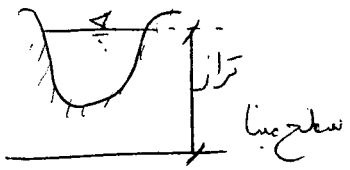
- عمق جریان (y) (depth) : فاصله عمودی پایین‌ترین نقطه کف کانال تا سطح آزاد آب. گاهی اوقات فاصله را در جهت عمود بر کف کانال در نظر می‌گیرند (d).



$$d = y\cos\theta$$

$$\theta < 6^\circ \Rightarrow d = y$$

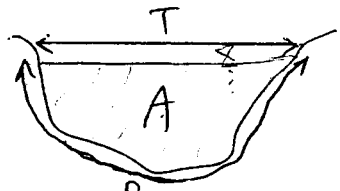
- تراز (Stage) : فاصله قائم سطح آزاد آب نسبت به یک سطح مبنای دلخواه



- سطح مقطع جریان (flow Area) (A) : مساحت مقطع جریان در صفحه عمود بر جهت کلی جریان

- عرض سطح آزاد (top width) (T) : عرض مقطع جریان در مجاورت سطح آزاد آب

- پیرامون مرطوب (wetted perimeter) (P) : طولی از مقطع جریان که با مرز کانال مشترک است و در مجاورت آب؛ تر شده است.



- شعاع هیدرولیکی (Hydraulic Radius) (R) : $R = \frac{A}{P}$

در حالت خاص دایره : $R = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4} \Rightarrow D = 4R$

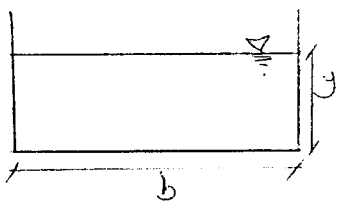
- عمق هیدرولیکی (Hydraulic depth) (D) : $D = \frac{A}{T}$

- ضابطه سطح (Section factor) (Z) : کاربرد در محاسبه عمق بحرانی

$$Z = A\sqrt{D} = A\sqrt{\frac{A}{T}} = \frac{A^{3/2}}{\sqrt{T}}$$

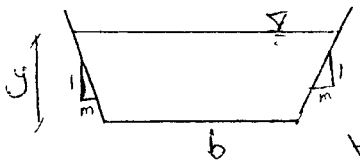
کاربرد روابط فوق در تعیین مقاطع :

- مستطیل



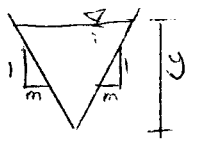
$$A = by \;,\; T = b \;,\; P = b + 2y \;,\; R = \frac{by}{b+2y} \;,\; D = y$$

- ذوزنقه



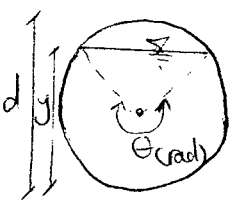
$$A = (b+my)y \;,\; T = b + 2my \;,\; P = b + 2\sqrt{1+m^2}\,y \;,\; R = \frac{(b+my)y}{b+2\sqrt{1+m^2}\,y} \;,\; D = \frac{(b+my)y}{b+2my}$$

- مثلث



$$A = my^2 \;,\; T = 2my \;,\; P = 2\sqrt{1+m^2}\,y \;,\; R = \frac{my}{2\sqrt{1+m^2}} \;,\; D = y/2$$

- دایره



$$A = \frac{d^2}{8}(\theta - \sin\theta) \;,\; T = d\sin\theta/2 = 2\sqrt{y(d-y)} \;,\; P = \frac{\theta d}{2} \;,$$
$$R = \frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right) \;,\; D = \frac{d}{8}\left(\frac{\theta - \sin\theta}{\sin\theta/2}\right)$$

7/

تمرین: روابط بدست آمده برای مقطع دایره را اثبات کنید.

تمرین: اگر عمق آب در کانال پایین‌تر از مرکز دایره باشد θ در روابط فوق به چه صورتی است؟

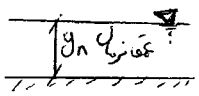
θ_2 یا θ_1 ؟

85.12.13 (3

انواع جریان در کانال‌های باز:

1- جریان دائمی (ماندگار) (Steady flow)

$\frac{\partial y}{\partial t}=0 \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}=0\right)$



- یکنواخت (UF) (uniform) $\frac{\partial y}{\partial x}=0 \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}=0\right)$

که شرط لازم این است که هندسه کانال ثابت باشد (منشوری).

- متغیر (VF) (Varied) $\frac{\partial y}{\partial x}\neq 0 \quad \left(\frac{\partial v}{\partial x}\neq 0, \frac{\partial Q}{\partial x}\stackrel{?}{=}0\right)$

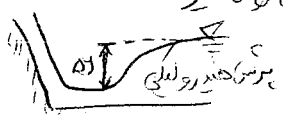
- متغیر تدریجی (GVF) (Gradually Varied flow) $\frac{\partial Q}{\partial x}=0$

تغییرات عمق در فاصله طولانی از مسیر.

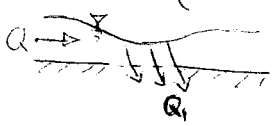
$a_n=\frac{v^2}{f}\simeq 0$

- متغیر سریع (RVF) (Rapidly varied flow) $\frac{\partial Q}{\partial x}=0$

تغییرات شدید عمق جریان در فاصله کوتاه مسیر



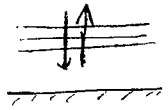
- متغیر مکانی (Spatially varied flow) (SVF) $\frac{\partial Q}{\partial x}\neq 0$



2- جریان غیردائمی (Unsteady flow)

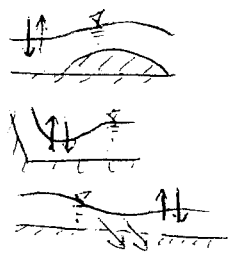
$\frac{\partial y}{\partial t}\neq 0 \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}\neq 0\right)$

- UF
- VF
  - GVF
  - RVF
  - SVF

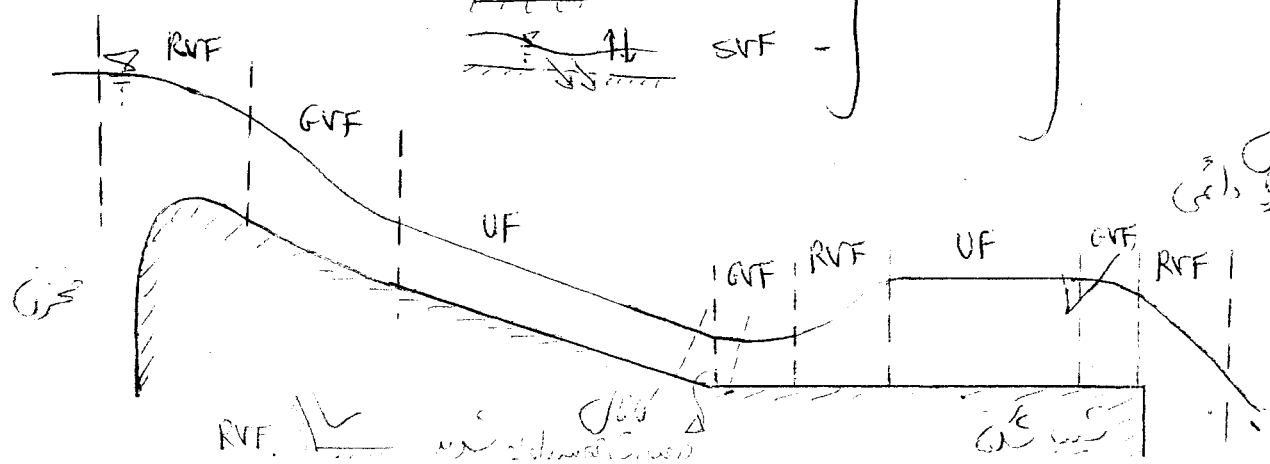


در عمل جریان غیردائمی یکنواخت مشاهده نشده است.

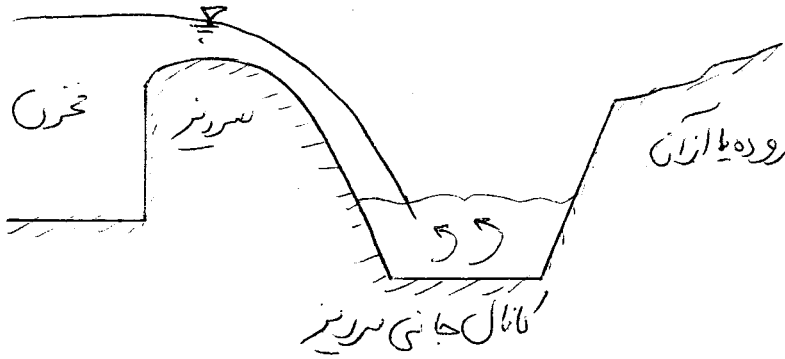
پس: جریان یکنواخت ≡ جریان یکنواخت دائمی



مثال: جریان دائمی

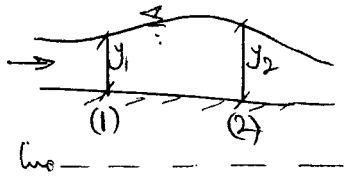


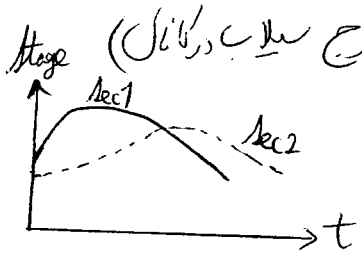
مثال : جریان متغیر مکانی (SVF)



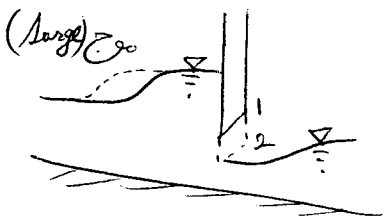
در امتداد طولی جریان به کانال دبی افزوده یا از آن کاسته نشود.

مثال : جریان غیردائمی متغیر تدریجی (حرکت موج سیلاب در کانال)



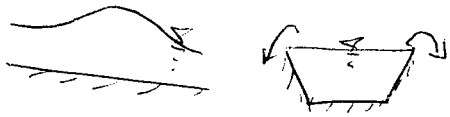


مثال : جریان غیردائمی متغیر سریع (بستن سریع دریچه)



جریان غیردائمی متغیر مکانی

مثال : (لبریز شدن) موج سیلاب هنگام عبور از کانال



وضعیت جریان :

نیروهای مؤثر بر سیال در جریان آب در کانال : ثقل ، لزجت ، اینرسی و کشش سطحی.
(gravity) (viscous) (inertial) ناچیز است

اثرات نسبی نیروهای لزجت و ثقل نسبت به اینرسی بررسی می گردد.

تأثیر نیروی لزجت :

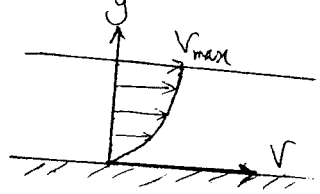
با توجه به نیروی اینرسی نسبت به نیروی لزجت سه حالت متفاوت جریان در کانالها مشاهده می شود

۱) جریان آرام ، لایه ای ، ورقه ای (laminar flow) اینرسی < لزجت

حرکات پراکنده مولکولها و نیز نیروهای بین مولکولی سبب بروز خاصیت لزجت در آب و مقاومت آن در مقابل تغییر شکل برشی می شود. گرادیان سرعت و تنش برشی توسط قانون لزجت نیوتن بیان می گردد.

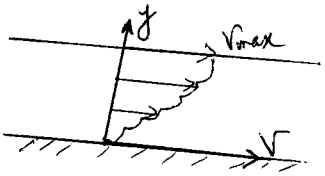
$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

که لزجت دینامیکی



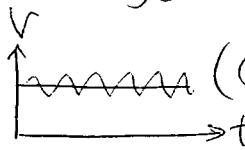
مثال : سرعت در لایه ای از روغن روی سطح شیدار

2) جریان آشفته (Turbulent flow): (مثال) لزجت > اینرسی

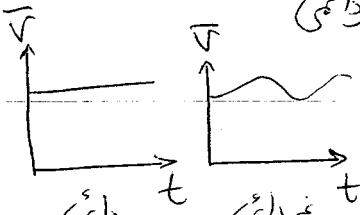


حرکات پراکنده و نامنظم ذرات آب در عرض

دیدگاه ماکروسکوپیک (مهندسی) ← میکروسکوپیک (یک نقطه جریان)



جریان غیردائمی ←



$\bar{V}$: سرعت متوسط جریان در یک نقطه (صرفنظر از نوسانات)

$\tau = (\mu + \eta)\frac{dv}{dy}$ η: ضریب لزجت اغتشاشی

لزجت گردابه‌ای: حرکات پراکنده مولکول‌ها در مقاومت جریان در مقابل تغییر شکل برشی تأثیر دارند.

3) جریان انتقالی (تبدیلی) (Transitional flow)

آشفته ← آرام

به آشفته و نه آرام

حرکتی که به طور کامل تحت کنترل لزجت و نه اینرسی

معیار طبقه‌بندی و تشخیص سه وضعیت فوق:

عدد رینولدز (Reynolds) $Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{ma}{\tau A} = \frac{\rho V a}{\mu \frac{dv}{dy} A} = \frac{\rho L^3 \cdot L/T^2}{\mu V \frac{1}{L} L^2} = \frac{\rho L^2 (L^2/T^2) V^2}{\mu V L} = \frac{LV}{\nu}$

V: سرعت مشخصه جریان، L: طول مشخصه جریان، ν: لزجت سینماتیک (cm^2/sec)

$\mu = \rho\nu$: لزجت دینامیکی (p.s)

$L = \begin{cases} D & \text{لوله‌ها} \\ R_x & \text{کانال‌ها} \end{cases} \Rightarrow \boxed{Re = \frac{VR}{\nu}}$

براساس مشاهدات آزمایشگاهی:

$\begin{cases} Re < 500 \ (2300) & \text{آرام (لوله)} \\ 500 < Re < 2000 \ (2300 < Re < 50000) & \text{انتقالی} \\ Re > 2000 \ (50000) & \text{آشفته} \end{cases}$

بیشتر حالات جریان در کانال ← آشفته

تأثیر نیروی ثقل:

عدد فرود (Froude) $Fr = \sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}}} = \sqrt{\frac{ma}{mg}} = \sqrt{\frac{L/T^2}{g}} = \sqrt{\frac{L^2/T^2 \cdot 1/L}{g}} = \frac{V}{\sqrt{gL}}$

V: سرعت متوسط

L: طول مشخصه جریان

در کانال $L = D$

$\Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$

کانال مستطیلی: $D = y \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}$

~ وضعیت جریان:

۱) جریان فوق بحرانی (Super Critical flow) $Fr>1$

for $Q=cte$ ← عمق کم ، سرعت زیاد

۲) جریان زیر بحرانی (Subcritical) $Fr<1$

for $Q=cte$ ← عمق زیاد ، سرعت کم

۳) جریان بحرانی (Critical) $Fr=1$

رژیم جریان: تأثیر مشترک نیروی ثقل و لزجت

- رژیم زیر بحرانی - آرام $Re<500$, $Fr<1$
- " " - آشفته $Re>2000$, $Fr<1$
- " فوق بحرانی - آرام $Re<500$, $Fr>1$
- " " - آشفته $Re>2000$, $Fr>1$

جریانهای بحرانی و انتقالی حالت پایداری ندارند.

مثال: آب بصورت یکنواخت و دائمی $8.5\ m^3/s$ در یک کانال ذوزنقه‌ای با شیب $z=1.5$ در جریان است. عمق جریان $1.22\ m$ میباشد. رژیم جریان را مشخص کنید. $b=3.05\ m$, $(\nu=10^{-6})$

$A=5.954\ m^2$, $P=7.449\ m$ ⇒ $R=0.8\ m$, $D=0.887\ m$

$$V=\frac{Q}{A}=1.43\ m/s$$

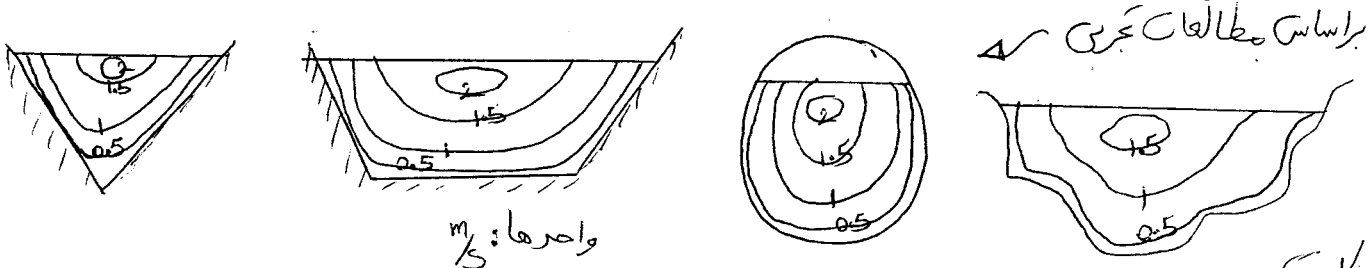
$$\begin{cases} Re=\dfrac{VR}{\nu}=1.14\times10^6>2000 \\ Fr=\dfrac{V}{\sqrt{gD}}=0.485<1 \end{cases}$$

← رژیم زیر بحرانی آشفته

توزیع سرعت در کانال:

با توجه به تأثیر لزجت آب، وجود جداره‌ها و زبری آنها، وجود سطح آزاد آب و نامنظمی مقاطع، توزیع سرعت بسیار پیچیده است. سرعت جریان در چند نقطه از یک مقطع جریان اندازه‌گیری شده و «منحنی‌های هم‌سرعت» ترسیم می‌شوند.

براساس مطالعات تجربی



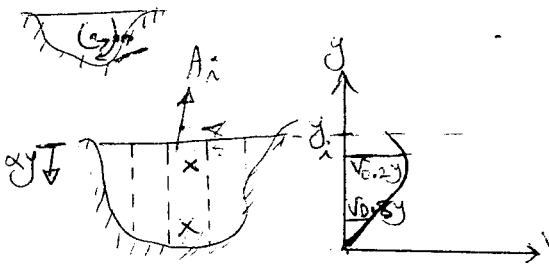
واحدها: m/s

نکات:

۱) مقدار سرعت در جداره‌ها صفر بوده و با دور شدن از جداره‌ها افزایش می‌یابد.

2) گرادیان (تغییرات) سرعت در مجاورت بستر شدیدتر است.

3) سرعت ماکزیمم در هر مقطع قائم در نزدیکی سطح آب و در فاصله $0.05y$ تا $0.25y$ از سطح آزاد اتفاق می‌افتد. (علت: تنش برشی ناشی از مقاومت هوا؛ جریان ثانویه ضعیف ناشی از زبری جداره و نامنظمی مقطع)



4) اندازه‌گیری دبی در رودخانه

- تقسیم مقطع به قطعات کوچکتر
- اندازه‌گیری سرعت در امتداد خط مرکزی قطعه توسط مولینه در اعماق $0.2y$ و $0.8y$:

$$V_i = \frac{V_{0.2y} + V_{0.8y}}{2}$$

سرعت متوسط در مقطع قائم i

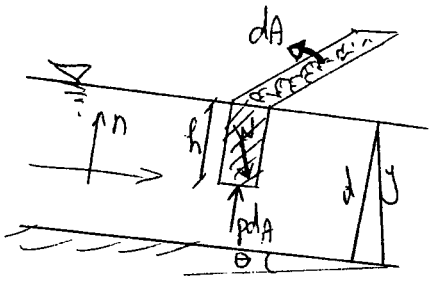
اگر عمق جریان کم باشد: $V_i = V_{0.6y}$

$$Q = \sum Q_i \leftarrow Q_i = V_i A_i$$

توزیع فشار در کانال:

توزیع فشار ← انتگرال گیری از نیروهای فشاری ← نیروی فشاری بر روی تأسیسات هیدرولیکی

$\int_A P dA$ $\quad P$

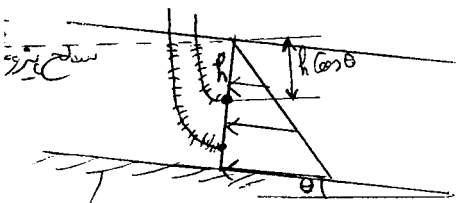


- جریان یک بعدی یکنواخت (مواری)

$$\sum F_n = ma_n = m\frac{V^2}{r} = 0 \quad (r=\infty)$$

$\Rightarrow$ نیروی فشاری = وزن ستون آب در امتداد عمود بر خطوط جریان $\Rightarrow P dA = W\cos\theta \Rightarrow P dA = \gamma h dA \cos\theta$

$$\Rightarrow \boxed{P = \gamma h \cos\theta}$$

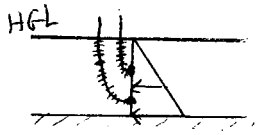


« تغییرات هیدرو استاتیکی فشار »

در کف کانال: $h=d \Rightarrow P = \gamma d\cos\theta = \gamma(y\cos\theta)\cos\theta = \gamma y\cos^2\theta$

کانال با شیب کم ($\theta<6^\circ \equiv$ شیب 10% در هر 100) $\rightarrow \cos\theta \simeq 1 \Rightarrow \begin{cases} P = \gamma h \\ P_{کف} = \gamma y \end{cases}$

پس در کانال با شیب کم خط تراز هیدرولیکی (سطح پیزومتری) منطبق با سطح آزاد است.

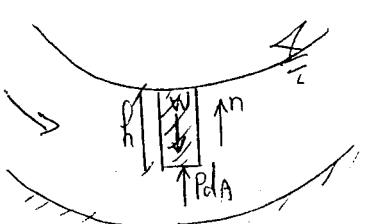


- جریان متغیر تدریجی

توزیع فشار از قانون تغییرات هیدرو استاتیکی فشار تبعیت می‌کند. $P = \gamma h\cos\theta = \gamma y\cos^2\theta$

- جریان با انحنا در صفحه قائم

انحنای شدید جریان مانند تاج سرریزها یا انحنای پای سرریزها



$$\sum F_n = ma_n \Rightarrow PdA - \underbrace{\gamma h dA}_{W} = \underbrace{\rho h dA}_{m}\frac{V^2}{r}$$

$$\Rightarrow P = \gamma h + \frac{\gamma V^2 h}{gr} \Rightarrow \frac{P}{\gamma} = h + \frac{V^2 h}{gr} = h'$$

h': ارتفاع معادل فشار آب که ارتفاع معادل فشار هیدرو استاتیک است $\quad h' = h_s + c$ عامل تصحیح

a_n: شتاب قائم برمسیر (گریز از مرکز)

r: شعاع انحنا

V: سرعت یکنواخت و متوسط

فرضیات رابطه نوق :

1) توزیع یکنواخت سرعت در مقطع

2) ثابت بودن ثقاع انحنا در ستون آب انتخابی

86.1.19 C5

معادلات حاکم بر حرکت سیالات :

نکات :

1) محاسبات بر مبنای سرعت متوسط در مقطع صورت می گیرد و تغییرات عرضی سرعت در نظر گرفته نمی شود (تحلیل یک بعدی جریان) و در هر مقطع از جریان سرعت و فشار ثابت فرض می شود. پس هر پدیده مربوط به یک بعدی فرض نمودن جریان در معادلات وارد می گردد.

2) تحلیل جریان با استفاده از حجم کنترل در فضا با موقعیت و شکل ثابت صورت می گیرد و حجم سیال بصورت پیوسته از این حجم عبور می کند. (حجم کنترل Control Volume)

C.V. (Control Surfaces) سطح کنترل : C.S.

مرزهای C.V.

C.S.

C.V.

محل تماس سیال با سطح جامد ← سطح کنترل

جریان سیال ← عبور و خروج جریان سیال

رابطه بین سیستم و حجم کنترل :

N : کمیتی مثل انرژی، اندازه حرکت، جرم

$$\frac{dN_{sys}}{dt} = \frac{\partial N_{cv}}{\partial t} + \left(N_{cs}^{out} - N_{cs}^{in}\right) \quad (1)$$

(N ورودی در واحد زمان از CS − N خروجی در واحد زمان از CS + تغییرات N در داخل حجم کنترل = تغییرات N در واحد زمان مربوط به سیستم)

$$\eta \triangleq \frac{N}{m} \Rightarrow \frac{dN_{sys}}{dt} = \frac{\partial \int_{cv} \eta \rho \, dV}{\partial t} + \int_{cs} \eta \rho \, v \, dA \quad (2)$$

$N = \frac{\eta m}{t} = \eta \frac{\rho V}{t} = \eta \rho Q = \eta \rho VA$ در واحد زمان

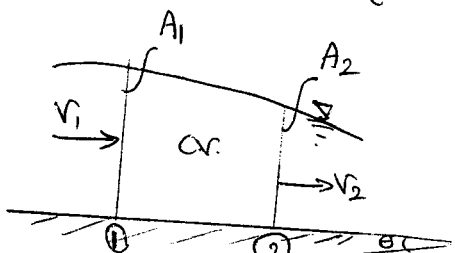
رابطه پیوستگی: = قانون بقای جرم برای سیستم ← $N=m$ ← $\eta=1$

① → $0=\frac{\partial m_{cv}}{\partial t}+m_{cs}^{out}-m_{cs}^{in} \Rightarrow \frac{\partial m_{cv}}{\partial t}=m_{cs}^{in}-m_{cs}^{out}$

(که در واحد زمان)

$\Rightarrow$ برای cv: تغییر جرم در واحد زمان = جرم ورودی در واحد زمان − جرم خروجی در واحد زمان

جریان دائمی → $\frac{\partial m_{cv}}{\partial t}=0 \Rightarrow$ جرم ورودی در واحد زمان = جرم خروجی در واحد زمان



$\int Q_1=\int Q_2 \Rightarrow \int V_1A_1=\int V_2A_2$

یک‌بعدی در واحد عرض: q

$\Rightarrow$ $V_1A_1=V_2A_2=Q$ | $V_1d_1=V_2d_2=q$

این رابطه نیازی به تصحیح برای یک‌بعدی فرض نمودن جریان ندارد. (سرعت متوسط): $Q=VA=\int_A v\,dA \Rightarrow V=\frac{Q}{A}=\frac{\int_A v\,dA}{A}$

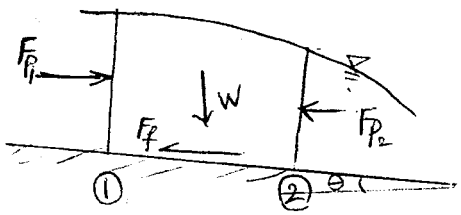
رابطه اندازه حرکت:

$$\begin{cases} N=m\vec{V}=\vec{M} \\ \sum\vec{F}=\dot{\vec{M}}=\frac{d\vec{M}}{dt} \end{cases} \rightarrow \frac{dN_{sys}}{dt}=\frac{d\vec{M}}{dt}=\sum\vec{F} \quad ;\ \eta=\frac{N}{m}=\vec{V}$$

① → $\sum\vec{F}=\frac{\partial\vec{M}_{cv}}{\partial t}+\vec{M}_{cs}^{out}-\vec{M}_{cs}^{in}$ (که در واحد زمان)

جریان دائمی → $\sum\vec{F}=\vec{M}_{cs}^{out}-\vec{M}_{cs}^{in}$ ③ (که در واحد زمان)

② → $\sum\vec{F}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\vec{V}\rho\,dv+\int_{cs}\vec{V}\rho\vec{V}\,dA$



W: وزن آب داخل cv

F_{P_1}: نیروی فشاری در مقطع ①

F_{P_2}: " " " " ②

F_f: نیروی اصطکاک کف کانال (ناشی از خاره‌ها یا موانع)

③ → $F_{P_1}-F_{P_2}-F_f+W\sin\theta=M_2-M_1=mV_2-mV_1=\int QV_2-\int QV_1$

(که در واحد زمان) (که در واحد زمان)

$\Rightarrow$ $\boxed{F_{P_1}-F_{P_2}-F_f+W\sin\theta=\int Q(V_2-V_1)}$ ← برسانیم سرعت متوسط

برسانیم سرعت متوسط ↖ $\overline{M}=\int QV=\int VAV=\int V^2A$ (که در واحد زمان)

برسانیم سرعت واقعی ↖ $M=\int_A \rho V^2\,dA$

نیاز به تصحیح دارد. $\Rightarrow \beta=\frac{M}{\overline{M}}=\frac{\int_A\rho V^2dA}{\int V^2A}=\frac{\int_A V^2dA}{V^2A}=\frac{\sum_{i=1}^{n}V_i^2\Delta A_i}{V^2A}$

β: ضریب تصحیح اندازه حرکت مربوط به یک‌بعدی فرض نمودن جریان $(\beta\geq 1)$

15/ $\Rightarrow \boxed{F_{P_1} - F_{P_2} - F_f + W\sin\theta = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)}$

رابطه انرژی:

قانون اول ترمودینامیک: $\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{dQ_H}{dt} - \frac{dW_{sys}}{dt}$

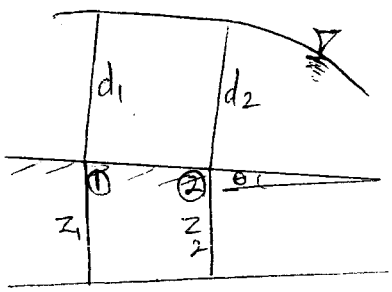
$\frac{dW_{sys}}{dt}$: کار انجام شده توسط سیستم (+) — $\frac{dQ_H}{dt}$: گرمای داده شده به سیستم (+) — $\frac{dE_{sys}}{dt}$: تغییرات انرژی سیستم (پتانسیل، جنبشی، داخلی)

$N = E \quad , \quad \eta = \frac{N}{m} = \frac{E}{m} = e$

① $\rightarrow \frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{\partial E_{cv}}{\partial t} + (E_{cs}^{out} - E_{cs}^{in})$ (جریان داخلی Q، سیال تراکم‌ناپذیر)

$E_{cs}^{out} = E_{cs}^{in} - H_f$ (افت انرژی بصورت گرما) ④

② $\rightarrow \frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{\partial \int_{cv} e\rho\, dv}{\partial t} + \int_{cs} e\rho V\, dA$



$\frac{\text{رابطه ④}}{\text{وزن مخصوص در واحد حجم}} \equiv H_2 = H_1 - h_f$

H شامل پتانسیل، جنبشی و ارتفاعی داخلی (فشاری)

$\left(\frac{E}{W} = \frac{N\cdot m}{N} = m\right)$

$\Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 - h_f = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$

در جریان یکنواخت (ماری) و جریان متغیر تدریجی با توجه به توزیع فشار هیدروستاتیک در مقطع جمع $\frac{P}{\gamma} + z$ روی تمام نقاط سطح مقطع ثابت است و تصحیحی برای $\frac{P}{\gamma} + z$ در نظر گرفته نمی‌شود

$\overline{E_v}$ (جنبشی) برمبنای سرعت متوسط $= \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\rho Q V^2 = \frac{1}{2}\rho V^3 A = \frac{\gamma V^3}{2g} A$

(γ در واحد حجم)

E_v برمبنای سرعت حقیقی $= \int_A \frac{\rho V^3}{2}\, dA = \int_A \frac{\gamma V^3}{2g}\, dA$

$V = \frac{\sum V_i \Delta A_i}{A}$ — $\frac{V_{i+1}^3 + V_i^3}{2}$ — V_{i+1} — V_i

$\Rightarrow \alpha = \frac{E_v}{\overline{E_v}} = \frac{\int_A V^3 dA}{V^3 A} = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i^3 \Delta A_i}{V^3 A}$ ($\alpha \geq 1$)

α: ضریب تصحیح انرژی جنبشی مربوط به یک بعدی فرض نمودن جریان

$\Rightarrow \boxed{\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}}$ معادله انرژی

16/ $\Rightarrow \begin{cases} d_1 \cos\theta + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = d_2 \cos\theta + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \\ y_1 \cos^2\theta + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - h_f = y_2 \cos^2\theta + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \end{cases}$ 96.1.26(6

بررسی مقادیر α و β :

α و β تابع توزیع سرعت در مقطع جریان

رابطه کلی در توزیع سرعت در کانال در دسترس نیست ← پس نظری دقیق در تعیین α و β وجود ندارد

$\alpha > \beta > 1$

(α جریان آرام) $>$ (α جریان آشفته)

علت: یکنواخت‌تر بودن توزیع سرعت در جریان آشفته.

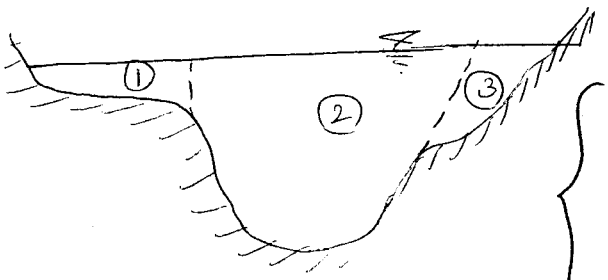
جریان آشفته در کانال با سطح مقطع منظم: $\alpha < 1.15$ ، $\beta < 1.05$

* علت کمبود اطلاعات آزمایشگاهی و تجربی، در تکمیل مسایل عملی با سطح مقطع منظم $\alpha = \beta = 1$ فرض می‌گردد.

مقادیر پیشنهادی جهت α و β: $\alpha = 1 + 3\varepsilon^2 - 2\varepsilon^3$ ، $\beta = 1 + \varepsilon^2$ ، $\varepsilon = \frac{V_{max}}{V} - 1$

$\frac{\alpha - 1}{\beta - 1} = 2.7 \sim 2.8$:

در مقاطع مرکب:



$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{V_1^3 A_1 + V_2^3 A_2 + V_3^3 A_3}{V_m^3 (A_1 + A_2 + A_3)} \\ \beta = \dfrac{V_1^2 A_1 + V_2^2 A_2 + V_3^2 A_3}{V_m^2 (A_1 + A_2 + A_3)} \end{cases}$$

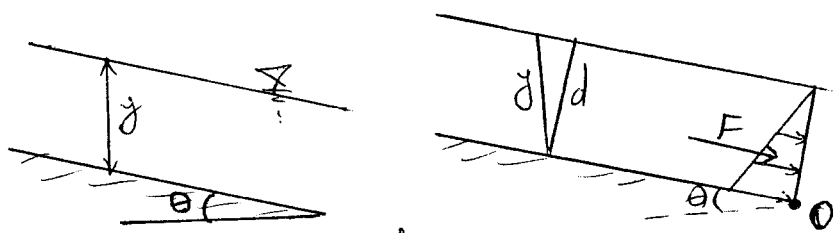
$$V_m = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{V_1 A_1 + V_2 A_2 + V_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{\sum V_i^3 A_i (\sum A_i)^2}{(\sum V_i A_i)^3} \\ \beta = \dfrac{\sum V_i^2 A_i (\sum A_i)}{(\sum V_i A_i)^2} \end{cases}$$

کاربرد رابطه اندازه حرکت و رابطه انرژی :

رابطه انرژی زمانی که شکل‌های مختلف انرژی و اتلاف‌های آن قابل برآورد یا صرف‌نظر کردن باشند مورد استفاده قرار می‌گیرد.

رابطه اندازه حرکت زمانی که نیروها مشخص یا قابل صرف‌نظر کردن هستند استفاده می‌شود.

مثال : ثابت کنید لنگر تعادلی ایجاد شده در پای دیواره یک تندآبراه مستطیلی ناشی از فشار آب برابر $\frac{1}{6}\gamma y^3 \cos^4\theta$ می‌باشد. لنگر محاسبه شده را در واحد طول کانال در نظر بگیرید.

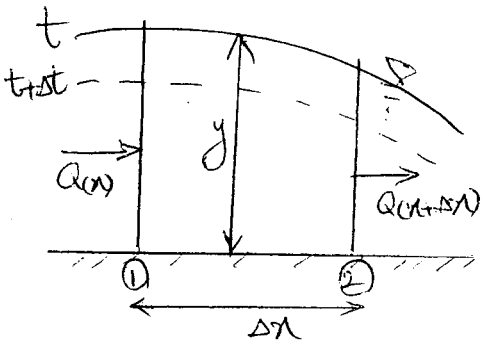


لنگر تعادلی = لنگاور مورد نظر برای مقابله با لنگر ایجاد شده توسط نیروی F حول نقطه "O"

$$F = \frac{1}{2}(\gamma d\cos\theta)\,d = \frac{1}{2}\gamma d^2\cos\theta$$

$$M = F\cdot\frac{d}{3} = \frac{1}{6}\gamma d^3\cos\theta \quad , \quad d = y\cos\theta \Rightarrow M = \frac{1}{6}\gamma y^3\cos^4\theta$$

مثال: در زمان وقوع یک سیلاب سطح آب در محل مورد مطالعه با شدت 0.1 m/h در حال افزایش بوده و دبی جریان در مقطع مورد نظر 25 m^3/s می‌باشد. اگر عرض سطح آب 20m باشد، دبی جریان را در 1 کیلومتری بالادست مقطع بدست آورید.



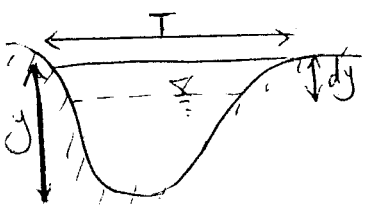
جریان غیرماندگی — رابطه پیوستگی :

فرض : $Q_{(x+\Delta x)} > Q_{(x)}$

$$\text{تغییر حجم آب در کنترل} = T\Delta x\frac{\partial y}{\partial t} \Rightarrow Q_{(x+\Delta x)} - Q_{(x)} = -T\Delta x\frac{\partial y}{\partial t} \quad (I)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \frac{Q_{(x+\Delta x)} - Q_{(x)}}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow Q_{(x+\Delta x)} - Q_{(x)} = \frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x \quad (II)$$



$$(I), (II) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial Q}{\partial x} + T\frac{\partial y}{\partial t} = 0}$$ رابطه پیوستگی در جریان غیرماندگی

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{0.1}{3600} \quad , \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \frac{Q_2 - Q_1}{1000} \Rightarrow \frac{Q_2 - Q_1}{1000} + 20\times\frac{0.1}{3600} = 0 \Rightarrow Q_1 = Q_2 + 0.556$$

$$\Rightarrow Q_1 = 25 + 0.556 = 25.556\ m^3/s$$

تمرین : فصل اول : 1 و 4 و 9 و 10 و 11 و 12 و 13 .

۱۶/

اصل انرژی در کانال‌ها باز: $H = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + z = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + z$

کاربردها: ($\theta < 6^\circ$) و کانال با شیب کم $\alpha = 1$: $H = y + \frac{V^2}{2g} + z$

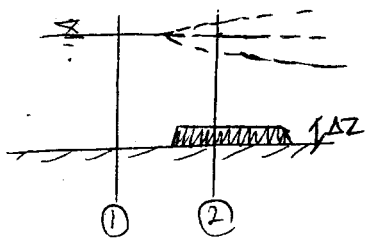
تغییر ارتفاع کف کانال:

فرضیات: - کانال با مقطع مستطیلی و عرض b

- جریان یکنواخت با دبی Q

- وجود یک برآمدگی هموار با طول کوتاه و ارتفاع ناچیز Δz در سرتاسر عرض در مسیر کانال

- شیب کم و $\alpha = 1$ ← عدم ایجاد افت موضعی ← کاهش افت طولی



$$\begin{cases} H_1 = H_2 \Rightarrow y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2} + \Delta z \\ Q_1 = Q_2 \Rightarrow \cancel{b}y_1V_1 = \cancel{b}y_2V_2 \Rightarrow y_1V_1 = y_2V_2 = q \end{cases}$$

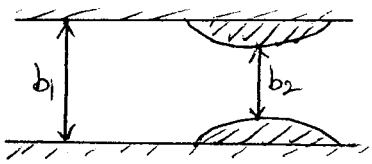
$$\Rightarrow y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta z$$

معلوم $\Delta z, q, y_1$ ← $y_2^{(1)}, y_2^{(2)}, y_2^{(3)}$ ← تحلیل ترسیمی برای تعیین y_2

$y_2^{(1)} + y_2^{(2)} + y_2^{(3)}$ غ ق ق

تغییر عرض کانال:

مقطع مستطیلی، دبی Q، تنگ شدن عرض کانال، شیب کم، $\alpha = 1$، طول کوتاه



«پل»

$$H_1 = H_2 \Rightarrow y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\begin{cases} q_1 = V_1y_1 = \frac{Q}{b_1} \\ q_2 = V_2y_2 = \frac{Q}{b_2} \end{cases} \Rightarrow y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2}$$

معلوم y_1, q_2, q_1 ← تحلیل ترسیمی برای تعیین y_2

انرژی مخصوص (Specific Energy)

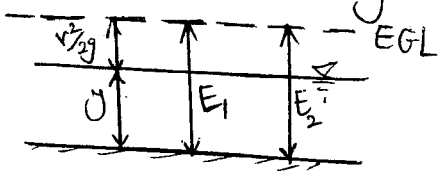
Boris Bakhmateff, 1912 : روشی مناسبی برای حل بسیاری از مسائل هیدرولیک

«انرژی مخصوص» عبارتست از انرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن زمانی که نسبت به کف کانال (یعنی سطح مبنا) در نظر گرفته شود. (فاصله خط انرژی تا کف کانال)

$\frac{E}{W}=\frac{N.m}{N}=m$

$$E = d\cos\theta + \alpha\frac{V}{2g} = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \alpha\frac{Q^2}{2gA^2}$$

جریان کانال با شیب و مقطع ثابت و متغیر بین



E و H متفاوت است. مثلاً در شکل روبرو:

$E_1=E_2$, $H_1>H_2$

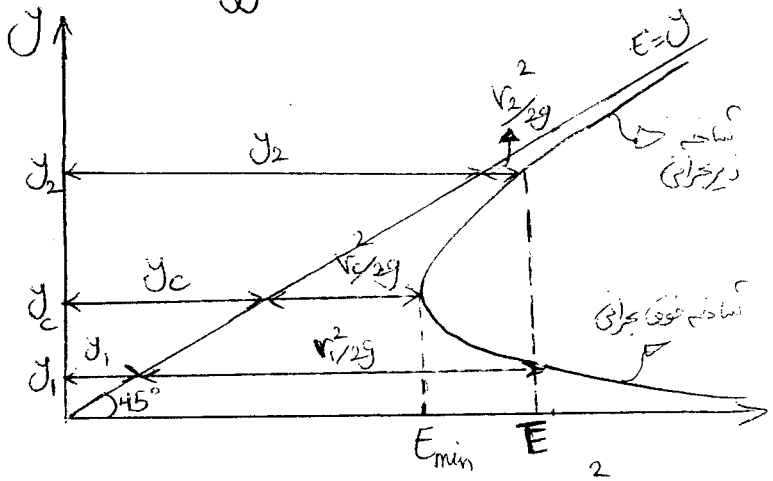
26.2.2 (7

«کانال با شیب کم»

انرژی مخصوص در کانال مستطیلی با شیب کم:

$Q=cte \Rightarrow q=Q/b$

$$E = y + \frac{\alpha q^2}{2gy^2} \xrightarrow{\alpha=1} (E-y)y^2 = \frac{q^2}{2g} = cte \Rightarrow \text{سهمی } E-y$$



$y=0$, $E=y$: خط

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow \begin{cases} y\to 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g}\to\infty \\ y\to\infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g}\to 0 \end{cases}$$

برای هر E : دو عمق

$y_1<y_c$ ، $F_r>1$ فوق بحرانی

$y_2>y_c$ ، $F_r<1$ زیر بحرانی

عمق‌های متناوب (Alternative Depths)

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{q^2}{2g}\left(\frac{-2}{y^3}\right) = 1 - \frac{2q^2}{2gy^3}$$

$$\frac{dE}{dy}=0 \Rightarrow \frac{q^2}{gy^3}=1 \Rightarrow y=\sqrt[3]{q^2/g} \equiv E_{min}$$

$$q=Vy \xrightarrow{(1)} y=\sqrt[3]{\frac{V^2y^2}{g}} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}}=1$$

$F_r=1$ بحرانی $\Rightarrow \boxed{y_c=\sqrt[3]{q^2/g}}$ عمق بحرانی

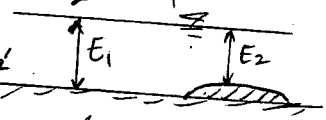
سرعت بحرانی $\boxed{V_c=\sqrt{gy_c}}$

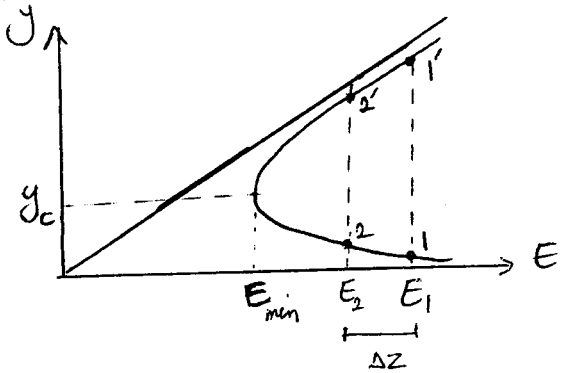
$$E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{gy_c}{2g} \Rightarrow \boxed{E_{min}=\frac{3}{2}y_c}$$

20/(1) تحلیل جریان ناشی از برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی:

$$y_1+\frac{q^2}{2gy_1^2}=y_2+\frac{q^2}{2gy_2^2}+\Delta z \Rightarrow E_1=E_2+\Delta z \Rightarrow E_2=E_1-\Delta z$$

$\Rightarrow$ 1 → 2 یا 1′ → 2′ $\Rightarrow y_2$ یا y_2'





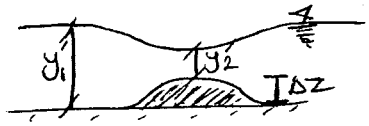
- وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیربحرانی

$y_1' \rightarrow y_2'$

$\Rightarrow y_2' < y_1'$

شاخه زیربحرانی نمودار: $\alpha > 45^\circ \Rightarrow y_1 - y_2 > \Delta z$

$\Rightarrow y_1 > y_2 + \Delta z$



- وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی

$y_1 \rightarrow y_2 \Rightarrow y_2 > y_1 \Rightarrow y_2+\Delta z > y_1$

Golo p.20(2)

- جهش از یک شاخه یعنی به شاخه دیگر آن امکان فیزیکی ندارد.

$q = cte \rightarrow$ عدم تطابق با فیزیک پدیده $\rightarrow$ تغییر یکباره و پرش عمق

یا

برآمدگی $\equiv$ کاهش E $\xrightarrow{but}$ کاهش E و بعد افزایش آن

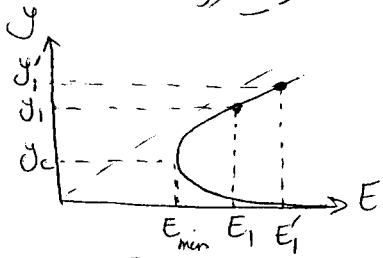
- اگر Δz به نحوی باشد که $E_2 < E_{min}$ شود، جواب مسأله از منحنی خارج شده و در این حالت تأثیر برآمدگی به بالادست منتقل شده و عمق y_1 را تغییر می‌دهد. در این صورت:

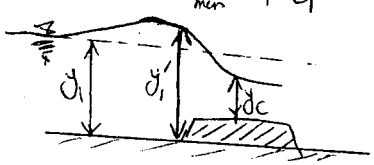
الف) جریان قبل از برآمدگی زیربحرانی (E₁ و y₁) «انسداد»

$E_1 \uparrow \Rightarrow E_2 = E_{min}$ و $y_2 = y_c$

$E_1 \downarrow \Rightarrow y_1 \uparrow$

$E_1 = E_2 + \Delta z = E_{min} + \Delta z \Rightarrow y_1'$





ب) جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی $\Rightarrow$ پرش هیدرولیکی $\Rightarrow$ نیاز به بررسی دقیق‌تر

(با معادله انرژی حل نمی‌شود)

بررسی حالات مختلف برآمدگی و صعبی در کف کانال : (ادامه)

(دقیقتر) (فرودستی)

انتقال $H = y + \frac{V^2}{2g} + z = E + z$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dE}{dx} + \frac{dz}{dx} = \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$$

انرژی کل مسیر ثابت نمی‌شود.

$$\frac{dH}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}\cdot\frac{d}{dy}\left(y + \frac{q^2}{2gy^2}\right) + \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}\cdot\left(1 - \frac{q^2}{gy^3}\right) + \frac{dz}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}\left(1 - \frac{V^2}{gy}\right) + \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx}(1 - F_r^2) + \frac{dz}{dx} = 0}$$ معادله تغییرات پروفیل جریان نسبت به x

a) $\frac{dz}{dx} > 0$ (برآمدگی) $\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 - F_r^2) < 0$

- $F_r < 1$ (زیر بحرانی) قبل از برآمدگی $\Rightarrow \frac{dy}{dx} < 0$ (کاهش عمق)
- $F_r > 1$ (فوق بحرانی) $\Rightarrow \frac{dy}{dx} > 0$ (افزایش عمق)

b) $\frac{dz}{dx} < 0$ (فرورفتگی) $\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 - F_r^2) > 0$

- $F_r < 1$ قبل از فرورفتگی $\Rightarrow \frac{dy}{dx} > 0$ (پروفیل افزاینده)
- $F_r > 1$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} < 0$ (پروفیل کاهنده)

c) $\frac{dz}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 - F_r^2) = 0$

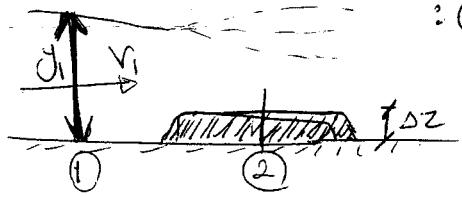
- $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow y_{(x)} = cte$
- $F_r = 1$ (بحرانی)

21/ مثال:

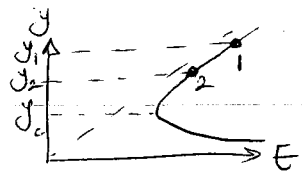
معلوم: $y_1 = 2\,m$, $V_1 = 2.2\,m/s$

الف) $\Delta z = 0.25\,m$ ، ب) $\Delta z = 0.5\,m$

مطلوب: $y_2 = ?$



الف) $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 2.246\,m$



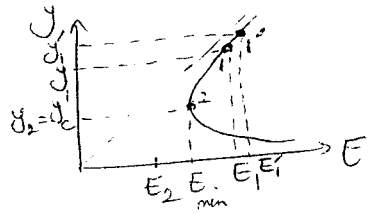
$q = V_1 y_1 = 4.4\ \frac{m^3/s}{m} \Rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 1.25\,m$

$y_1 > y_c \rightarrow$ زیر بحرانی

$E_2 = E_1 - \Delta z = 2.246 - 0.25 = 1.996\,m$ ، $E_{min} = \frac{3}{2} y_c = 1.875\,m$

$E_2 > E_{min} \Rightarrow y_2 + \frac{4.4^2}{2g y_2^2} = 1.996 \xrightarrow[\text{(زیر بحرانی)}]{1.25 < y_2 < y_1 = 2} y_2 = 1.63, 0.99, \cdots$ (OK) ✗ ✗

ب) $E_2 = E_1 - \Delta z = 2.246 - 0.5 = 1.746 < E_{min} = 1.875$ غیرممکن

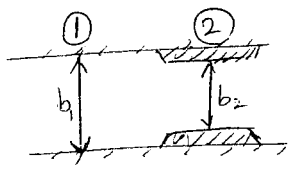


$\Rightarrow y_2 = y_c = 1.25\,m$ ، $E_2 = E_{min}$

$\Rightarrow E_1' = E_{min} + \Delta z = 1.875 + 0.5 = 2.375\,m$

$2.375 = y_1' + \frac{q^2}{2g y_1'^2} \xrightarrow{y_1' > y_1} y_1' = 2.16\,m$

تحلیل جریان ناشی از تنگ شدن عرض کانال:

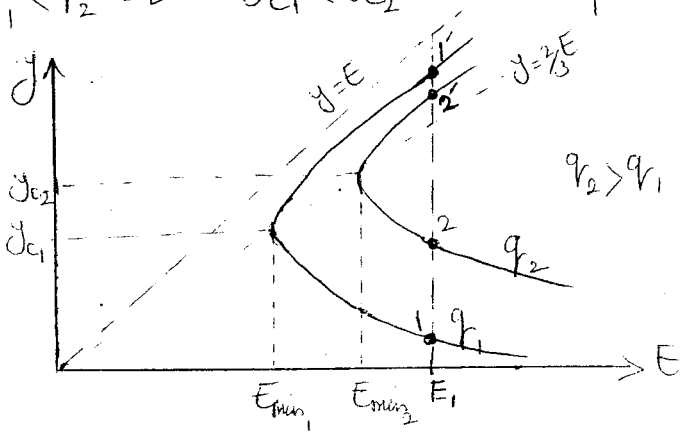


« کانال »

$y_1 + \frac{q_1^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2g y_2^2}$

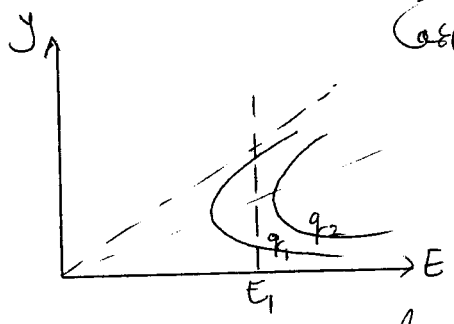
$E_1 = E_2$ ، $q_1 < q_2$ $\left(q = \frac{Q}{b}\right)$

$q_1 < q_2 \xrightarrow{y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}} y_{c1} < y_{c2} \xrightarrow{E_{min} = \frac{3}{2} y_c} E_{min_1} < E_{min_2}$



22/

- جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی $y_2 < y_1$ عمق کاهش
- جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی $y_2 > y_1$ افزایش عمق
- $E_1 < E_{min_2}$



الف) جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی ⇐ انسداد

$E_1 = E_{min_2}$ ، $y_2 = y_{c_2}$

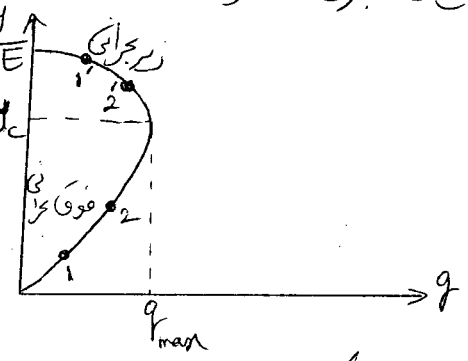
ب) جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی ⇐ پرش هیدرولیکی (قبل از تنگنا) ← نیاز به بررسی عمیقتر

✗ تحلیل جریان در حالت تنگ شدن عرض کانال و به گونه‌ای دیگر نیز می‌توان انجام داد:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow (E-y)\,2gy^2 = q^2 \quad \text{for } E=\bar{E}:$$

$$-2gy^2 + 4gy(\bar{E}-y) = 2q\frac{dq}{dy}$$

$$\frac{dq}{dy} = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}\bar{E} \equiv y_c = \left(\frac{q_{max}^2}{g}\right)^{1/3}$$



- تنگای موضعی:

$y_2 > y_1$ فوق بحرانی
$y_2 < y_1$ زیر بحرانی
$(q_2 > q_1)$ $q_1 \rightarrow q_2$

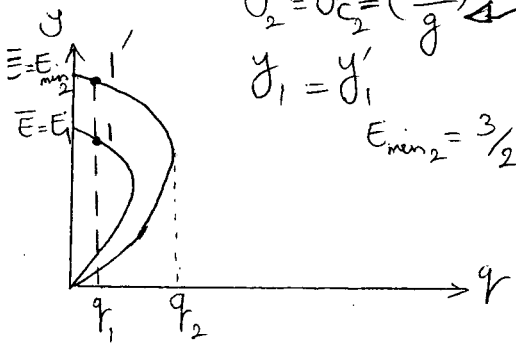
$q_2 > q_{max}$

جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی ⇐ انسداد

$y_2 = y_{c_2} = \left(\frac{q_2^2}{g}\right)^{1/3}$ ↑ y_1

$y_1 = y_1'$

$E_{min_2} = \frac{3}{2} y_{c_2}$



23/ <مقطع مستطیلی> (اختیاری): بررسی دقیقتر روابط تغییرات جریان در کانال

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + z = y + \frac{q^2}{2gy^2} + z \Rightarrow \frac{dH}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{2q\frac{dq}{dx}2gy^2 - 4gy\frac{dy}{dx}q^2}{4g^2y^4} + \frac{dz}{dx}$$

$\frac{dz}{dx} = 0$ (کف کانال ثابت) , $\frac{dH}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} + \frac{q}{gy^2}\frac{dq}{dx} - \frac{q^2}{gy^3}\frac{dy}{dx} = 0$ (I)

$Q = bq \Rightarrow \frac{dQ}{dx} = b\frac{dq}{dx} + q\frac{db}{dx}$, $\frac{dQ}{dx} = 0 \Rightarrow b\frac{dq}{dx} + q\frac{db}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dx} = -\frac{q}{b}\frac{db}{dx} \quad (II)$$

$$\frac{dy}{dx}\left(1 - \frac{q^2}{gy^3}\right) - \frac{q^2}{gy^3}\frac{y}{b}\frac{db}{dx} = 0$$

(I),(II) $\Rightarrow \frac{dy}{dx} - \frac{q^2}{gy^3}\frac{y}{b}\frac{db}{dx} - \frac{q^2}{gy^3}\frac{dy}{dx} = 0$

$q = Vy \Rightarrow \frac{dy}{dx}\left(1 - \frac{V^2}{gy}\right) - \frac{V^2}{gy}\frac{y}{b}\frac{db}{dx} = 0$

$F_r = \frac{V}{\sqrt{gy}} \Rightarrow$ $\frac{dy}{dx}(1 - F_r^2) - F_r^2\frac{y}{b}\frac{db}{dx} = 0$

معادله تغییرات پروفیل جریان است بر حسب $\frac{db}{dx}$, F

مثلاً در حالت تنگ شدگی کانال: $(\frac{db}{dx} < 0)$

عوض جریان: $F_r > 1 \Leftarrow 1 - F_r^2 < 0 \Leftarrow \frac{dy}{dx} > 0 \Leftarrow y \uparrow$

زیر جریان: $F_r < 1 \Leftarrow 1 - F_r^2 > 0 \Leftarrow \frac{dy}{dx} < 0 \Leftarrow y \downarrow$

مثال: در یک کانال مستطیلی به عرض 4m جریانی با عمق 2m و سرعت 2m/s جاری است. عرض جریان در پایین دست چقدر باشد تا شرایط جریان بالادست مقطع تنگ شده تغییر نکند.

$b_1 = 4\,m$, $y_1 = 2\,m$, $V_1 = 2\,m/s$

برای اینکه جریان پس نزند: $y_2 = y_c$, $E_1 = E_{min_2}$

$Q = cte$

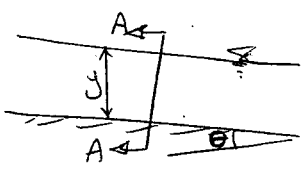
$$\Rightarrow b_1 y_1 V_1 = b_2 y_c V_c \Rightarrow b_2 = \frac{b_1 y_1 V_1}{V_c y_c}$$

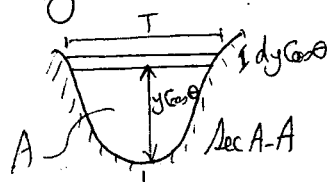
$$E_1 = E_{min_2} \Rightarrow y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{3}{2}y_c \Rightarrow 2 + \frac{2^2}{2\times 9.81} = \frac{3}{2}y_c \Rightarrow y_c = 1.47\,m$$

$$V_c = \sqrt{gy_c} = 3.79\,m/s \Rightarrow b_2 = \frac{4\times 2\times 2}{3.79\times 1.47} = 2.87\,m$$

24/

$$E = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \alpha\frac{Q^2}{2gA^2}$$: حالت کلی، E-y منحنی





$E = y\cos^2\theta$, $y = 0$: حالت

با فرض اینکه $\frac{d\alpha}{dy} = 0$ باشد:

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2\theta + \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{-2A\frac{dA}{dy}}{A^4}\right) = \cos^2\theta - \frac{\alpha Q^2 dA/dy}{gA^3}$$

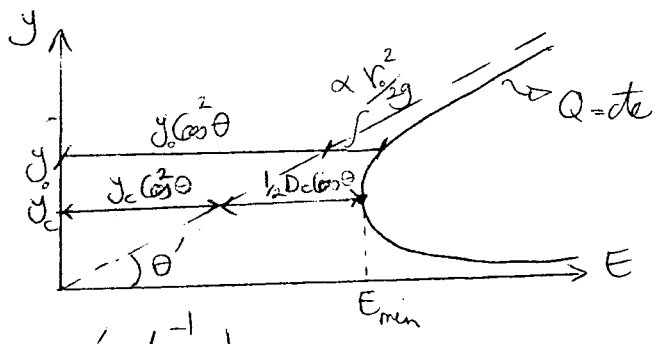
$$dA = T\,dy\cos\theta \Rightarrow \frac{dA}{dy} = T\cos\theta \rightarrow \frac{dE}{dy} = \cos^2\theta - \frac{\alpha Q^2 T\cos\theta}{gA^3}$$

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3\cos\theta} = 1$$ رابطه تعیین بحرانی

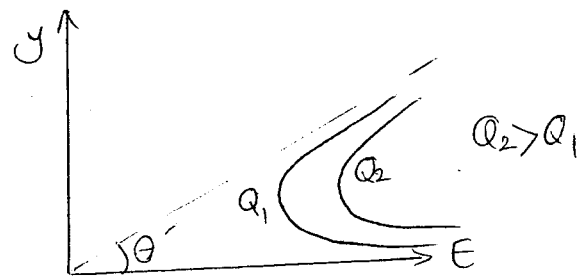
$$\frac{\alpha Q^2 T}{gA^3\cos\theta} = \frac{\alpha V^2 T}{gA\cos\theta} \overset{D=\frac{A}{T}}{=} \frac{\alpha V^2}{gD\cos\theta} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}V}{\sqrt{gD\cos\theta}} = 1$$

$$\Rightarrow F_r = \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}}$$

$$E_{min} = y_c\cos^2\theta + \frac{\alpha V_c^2}{2g} = y_c\cos^2\theta + \frac{\frac{1}{2}\alpha V_c^2 D_c\cos\theta}{2gD_c\cos\theta} \Rightarrow E_{min} = y_c\cos^2\theta + \frac{1}{2}D_c\cos\theta$$



$$\theta' = tg^{-1}\frac{1}{\cos^2\theta}$$



محاسبه عمق بحرانی:

مقطع بحرانی به عنوان مقطع کنترل کننده جریان در تعیین سایری از پارامترهای هیدرولیکی از جمله دبی جریان مورد استفاده قرار می گیرد.

مشخصات مقطع بحرانی:

$F_r=1$ ، $Q=cte \Rightarrow E_{min}$ ، $E=cte \Rightarrow Q_{max}$ ، $Q=cte \Rightarrow F_{min}$ (نیروی مخصوص)

$F=cte \Rightarrow Q_{max}$

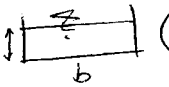
که در بخش انرژی جریان بحث می شود.

$\alpha Q^2 T = gA^3 \cos\theta$ ، $E_{min}=y_c\cos\theta+\frac{1}{2}D_c\cos\theta$ ، $F_r=\frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}}$ محاسبات

فرضیات عمق در حالت بحرانی: شیب کم و $\alpha=1$

$Q^2T_c=gA_c^3$ ، $E_{min}=y_c+\frac{1}{2}D_c$ ، $F_r=\frac{V}{\sqrt{gD}}$

مقطع مستطیلی -



(b, y)

$\begin{cases} A=by \\ T=b \\ D=\frac{A}{T}=y \end{cases}$

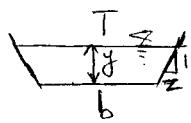
$\begin{cases} (q^2b^2)b=g(b^3y_c^3) \Rightarrow y_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \\ E_{min}=y_c+\frac{1}{2}y_c=\frac{3}{2}y_c \\ F_r=\frac{V}{\sqrt{gy_c}} \end{cases}$

مقطع مثلثی -

$\begin{cases} A=zy^2 \\ T=2zy \\ D=y/2 \end{cases}$

$\begin{cases} Q^2(2zy_c)=g(z^3y_c^6) \Rightarrow y_c=\left(\frac{2Q^2}{gz^2}\right)^{1/5} \\ E_{min}=y_c+\frac{1}{2}\left(\frac{y_c}{2}\right)=1.25y_c \\ F_r=\frac{V}{\sqrt{gy/2}}=\frac{V\sqrt{2}}{\sqrt{gy}} \end{cases}$

مقطع ذوزنقه‌ای -



$\begin{cases} A=(b+zy)y \\ T=b+2zy \\ D=\frac{(b+zy)y}{b+2zy} \end{cases}$

$Q^2T_c=gA_c^3$ ← روش آزمون خطا / روش ترسیمی ← حل

$Z=A\sqrt{D}=\frac{[(b+zy)y]^{3/2}}{(b+2zy)^{1/2}} \Rightarrow \frac{Z}{b^{2.5}}=\frac{\left[\left(1+\frac{zy}{b}\right)\left(\frac{y}{b}\right)\right]^{1.5}}{\left(1+\frac{2zy}{b}\right)^{0.5}}$

$\Rightarrow \frac{Z}{b^{2.5}}=f\left(\frac{y}{b}, z\right)$ ← جدول

$Q^2T_c=gA_c^3 \Rightarrow Q^2=g(A_c^2D_c) \Rightarrow Z_c=\frac{Q}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{Z_c}{b^{2.5}}=\frac{Q}{\sqrt{g}b^{2.5}}$ ← جدول ← y_c

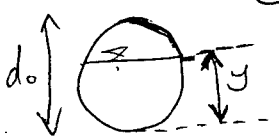
$E_{min} = y_c + \frac{1}{2} D_c$ ، $F_r = \frac{V_c}{\sqrt{g D_c}}$

86.2.16 (9

- مقطع دایره‌ای

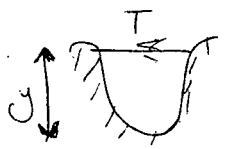
$\theta = 2\cos^{-1}(1 - \frac{2y}{d_0}) = f(\frac{y}{d_0})$

$Z = A\sqrt{D} = \dots \Rightarrow \frac{Z}{d_0^{2.5}} = \dots = f(\frac{y}{d_0})$

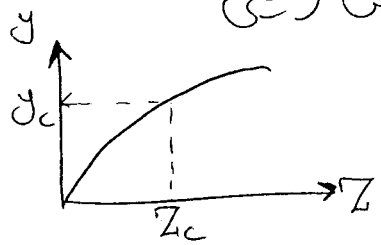


$Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{Z_c}{d_0^{2.5}} = \frac{Q}{\sqrt{g}\, d_0^{2.5}} \rightsquigarrow$ بی‌بعد $\Rightarrow y_c$

- مقطع ذوزنقه‌ای



روش ترسیمی



مقادیر دلخواه $y \rightarrow Z$

$Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \xrightarrow{\text{نمودار}} y_c \rightarrow D_c \rightarrow E_{min}$

- تخمین سریع عمق بحرانی توسط روابط نیمه تجربی

جدول کتاب [Straub, 1982] $\Psi = \frac{\alpha Q^2}{g} \rightarrow y_c$

مثال: در یک کانال ذوزنقه‌ای به عرض کف 2 m و شیب کناره‌ها 1:1 عمق بحرانی و مانزیم دبی عبوری در این حالت را برای انرژی مخصوص معادل 1.5 m بدست آورید.

$E_{min} = y_c + \frac{1}{2} D_c \Rightarrow 1.5 = y_c + \frac{(2+y_c)y_c}{2(2+2y_c)} \Rightarrow y_c = 1.095$ m

در شرایط بحرانی: $E_{min} = y_c + \frac{1}{2} D_c = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \Rightarrow \frac{V_c^2}{2g} = E_{min} - y_c$

$\Rightarrow \frac{V_c^2}{2g} = 1.5 - 1.095 \Rightarrow V_c = 2.82$ m/s

$A_c = (2 + 1.095) \times 1.095 = 3.39$ m^2

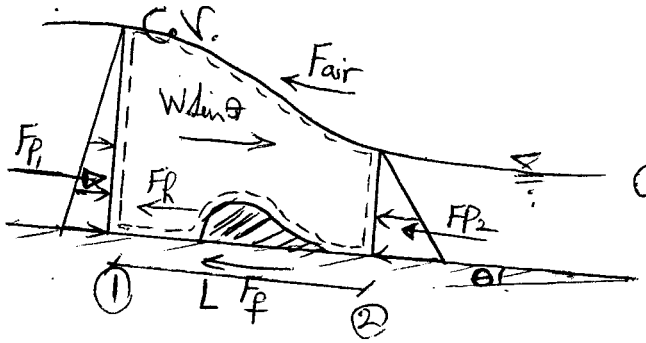
$\Rightarrow Q_{max} = V_c A_c = 9.505$ m^3/s

تمرین: فصل دهم: 1 و 3 و 5 (قسمت اول) و 7 (الف، ب) و 9 و 10 و 15.

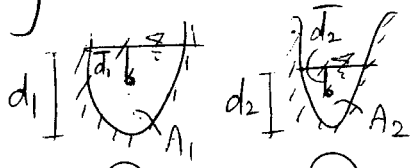
اصل اندازه حرکت در کانال‌های باز:

کاربردها:

- تعیین مشخصات هیدرولیکی در صورتیکه نیروها مشخص یا قابل صرفنظر کردن باشند.
- تعیین نیروهای وارده بر سازه‌ها هیدرولیکی در صورتیکه پارامترهای هیدرولیکی مشخص باشند.



مانع سه نیروی راشی جریان
- نیروی پایه‌های پل
- " تلفاتی مربه‌گیر
- " فشاری جداره کانال
کانال غیرمنشوری



$$\sum F = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$ رابطه اندازه حرکت

$$F_{P_1} - F_{P_2} - F_f - F_R - F_{air} + W\sin\theta = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \quad (I)$$

F_{P_2} ، F_{P_1} : نیروهای فشاری در مقاطع ① و ②

F_f : نیروی اصطکاک (ناشی) در کف کانال $(L \to \infty \Rightarrow F_f = 0)$

F_{air} : نیروی مقاومت هوا بر روی جریان $(F_{air} \simeq 0)$

$W\sin\theta$: مولفه وزن در جهت شیب $(\text{small C.V.}, \theta < 6^\circ \Rightarrow W\sin\theta \simeq 0)$

F_R : نیروی ناشی از مانع در مسیر جریان $(\text{عدم وجود مانع} \Rightarrow F_R = 0)$

$\sum F_{f,R,W} = F_{ext}$: نیروی خارجی $\Rightarrow F_{P_1} - F_{P_2} + F_{ext} = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$

برای جریان یکنواخت و متغیر تدریجی:

$$\begin{cases} F_{P_1} = \gamma \bar{d}_1 \cos\theta\, A_1 \\ F_{P_2} = \gamma \bar{d}_2 \cos\theta\, A_2 \end{cases}$$

$\bar{d}_2$ ، $\bar{d}_1$: فاصله مرکز سطح مقاطع A_2 ، A_1 تا سطح آزاد

$$\gamma \bar{d}_1 \cos\theta A_1 - \gamma \bar{d}_2 \cos\theta A_2 + F_{ext} = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$\Rightarrow F_{ext} = [(\rho Q \beta_2 V_2 + \gamma \bar{d}_2 \cos\theta A_2) - (\rho Q \beta_1 V_1 + \gamma \bar{d}_1 \cos\theta A_1)]$$

$$\Rightarrow \frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{\beta_2 Q^2}{g A_2} + \bar{d}_2 \cos\theta A_2\right) - \left(\frac{\beta_1 Q^2}{g A_1} + \bar{d}_1 \cos\theta A_1\right)$$

با فرض $\beta_1=\beta_2=1$ و $\cos\theta\simeq 1$ (شیب کم) :

$$\frac{F_{ext}}{\gamma}=\left(\frac{Q^2}{gA_2}+\bar{y}_2A_2\right)-\left(\frac{Q^2}{gA_1}+\bar{y}_1A_1\right)$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma}=F_2-F_1$$

نیروی مخصوص (Specific force) $F=\frac{Q^2}{gA}+\bar{y}A$

if $F_{ext}=0 \Rightarrow F_1=F_2$

$F\propto EA$

کانال با سطح مقطع مستطیلی و عرض b ، $\cos\theta=1$ ، صرفنظر از F_{air} و F_h :

$$F_{p_1}=\tfrac{1}{2}\gamma by_1^2 \quad , \quad F_{p_2}=\tfrac{1}{2}\gamma by_2^2 \quad , \quad Q=VA=\tfrac{1}{2}(V_1+V_2)\,b\times\tfrac{1}{2}(y_1+y_2)$$

$$W=\gamma V=\gamma bL\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right) \quad , \quad \sin\theta=\frac{z_1-z_2}{L} \quad , \quad F_f=\gamma b h_f'\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

(h_f' : افت انرژی اصطکاکی از بین رفته برحسب ارتفاع آب) (معمولاً معرفی می‌گردد)

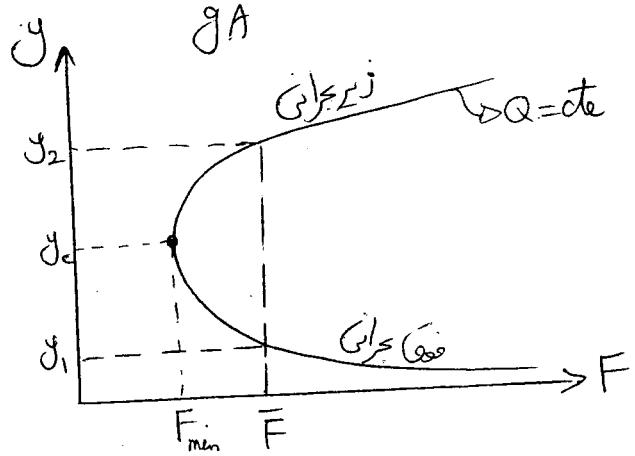
$$\text{(I)}\rightarrow z_1+y_1+\beta_1\frac{V_1^2}{2g}=z_2+y_2+\beta_2\frac{V_2^2}{2g}+h_f$$

مشابه رابطه انرژی (h_f : h_f' ، α : β تقریباً)

معنی نیروی مخصوص :

$$F=\frac{Q^2}{gA}+\bar{y}A=f(y)$$ حالت کلی

$y=0$



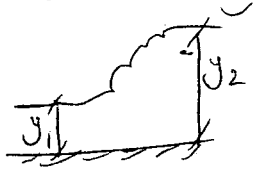
نتایج منحنی :

(1) F_{min} در عمق y_c صورت می‌گیرد.

(2) $\forall \bar{F}=cte \rightarrow \begin{cases} y_1<y_c \\ y_2>y_c \end{cases}$ ↓

(Conjugate Depths) عمق‌های مزدوج

اگر y_1 و y_2 متعلق به یک پرش هیدرولیکی باشند، y_1 عمق اولیه پرش هیدرولیکی و y_2 عمق ثانویه پرش هیدرولیکی می‌باشد.



اثبات (1) :

کانال با سطح مستطیلی

$$F=\frac{Q^2}{gA}+\bar{y}A=\frac{Q^2}{gby}+by\frac{y}{2}=\frac{Q^2}{gb}\left(\frac{1}{y}\right)+\frac{by^2}{2}$$

$$\frac{dF}{dy}:\quad \frac{Q^2}{gb}\left(-\frac{1}{y^2}\right)+by=0 \Rightarrow y=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}=y_c$$

29/ $F_{min} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2} by_c^2 \Rightarrow \boxed{F_{min} = \frac{3}{2} by_c^2}$ مشخصه انرژی مخصوص

$F_{min} = E_{min} \cdot A$

مثال: عرض کف یک کانال دوزنقه‌ای 20ft (6m) و شیب‌های جانبی آن 1.5:1 (1.5 افقی به 1 قائم) است. برای جریان $500\ ft^3/s$ ($13.5\ m^3/s$) عمق مزدوج را برای عمق فوق بحرانی $2ft$ (0.6m) حساب کنید. ($g = 32.2\ ft/s^2$)

ابتدا عمق بحرانی بودن جریان را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = (b+zy)y = 46\ ft^2 \ (4.14\ m^2) \\ T = b + 2zy = 26\ ft \ (7.8\ m) \end{cases} \Rightarrow D = \frac{A}{T} = 1.77\ ft \ (0.53\ m)$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{500}{46} = 10.9\ ft/s \ (3.26\ m/s) \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = 1.4 \ (1.43) > 1 \Rightarrow \text{فوق بحرانی}$$

روابط جدول: در سیستم انگلیسی $0.1 < \frac{Q}{b^{2.5}} < 0.4$ (0.06) (2.2) محدوده کاربرد رابطه

$$\frac{Q}{b^{2.5}} = 0.28 \ (0.15) \ \checkmark$$

$$\Psi = \frac{Q^2}{g} = 7764 \ (18.50) \Rightarrow y_c = 0.81 \left(\frac{\Psi}{z^{0.75} b^{1.25}} \right)^{0.27} = \frac{b}{30z} = 2.56\ ft \ (0.76\ m)$$

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$$

کانال دوزنقه‌ای: $A\bar{y} = by\left(\frac{y}{2}\right) + \frac{(zy^2)y}{3} = \frac{y^2}{6}(3b + 2zy)$ ($A = by + \frac{1}{2}zy^2$)

$\bar{y} = \frac{\sum A\bar{y}}{A} \Rightarrow \bar{y} = \dots = \frac{y^2(10 + 0.5y)}{(20 + 1.5y)y}$

جریان فوق بحرانی بالادست ($y_1 < y_c$): $\bar{y}_1 = 0.96\ ft \ (0.29\ m) \Rightarrow F_1 = 213 \ (5.67)$

($y_1 = 2$) (0.6 m)

$F_1 = F_2 \Rightarrow y_2 = 3.1\ ft \ (0.92\ m)$

جریان زیر بحرانی پایین‌دست ($y_2 > y_c$)

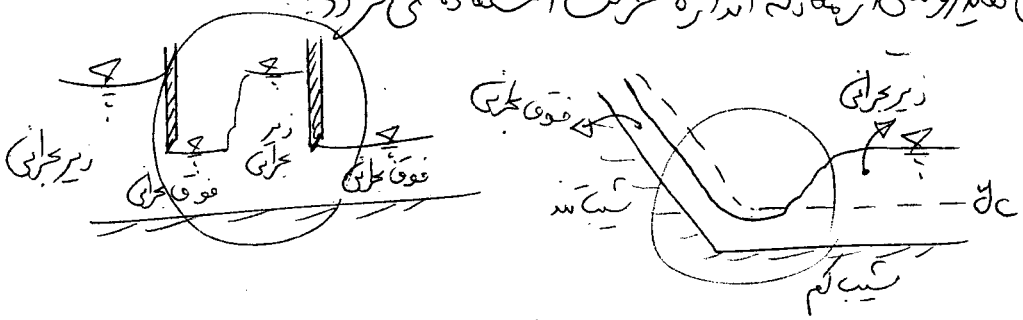
86.2.23 (10-

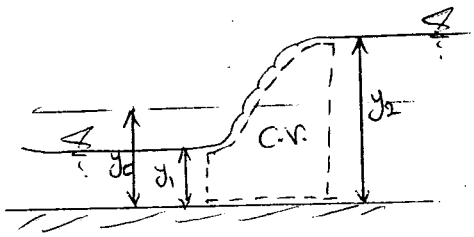
پرش هیدرولیکی : فرض: کانال با شیب کم (Hydraulic Jump)

پرش هیدرولیکی ⟵ جریان متغیر سریع (RVF)

برای تحلیل پرش هیدرولیکی از معادله اندازه حرکت استفاده می کنیم.

مثال :





$$\begin{cases} \text{پرش هیدرولیکی در طول کوتاه} \Rightarrow F_f = 0 \\ \text{کانال با شیب کم} \Rightarrow W\sin\theta = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{ext} = W\sin\theta - F_f = 0 \xrightarrow{F_{ext}/\gamma = F_2 - F_1} F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2$$

y_1 و y_2 اعماق مزدوج برای یک نیروی مخصوص ثابت

$\begin{cases} \text{عمق اولیه پرش}: y_1 \\ \text{عمق ثانویه پرش}: y_2 \end{cases}$

ارتفاع پرش $h_j = y_2 - y_1$

$$\begin{cases} E_1 - \Delta E_j = E_2 \Rightarrow \Delta E_j = E_1 - E_2 \text{ (افت انرژی در پرش)}, \quad E = y + \frac{V^2}{2g} \\ \text{توان از دست رفته در طول پرش} \; P_j = \gamma Q \Delta E_j \end{cases}$$

مشخصات پرش هیدرولیکی :

1) جریان قبل از پرش فوق بحرانی و پس از آن زیر بحرانی است $\begin{cases} y_1 < y_c \\ y_2 > y_c \end{cases}$

2) مقدار نیروی مخصوص در قبل و بعد از پرش یکسان است $F_1 = F_2$

31/ مثال: ارتباط بین دو عمق اولیه و ثانویه و نیز انرژی از دست رفته در پرش هیدرولیکی در یک کانال مستطیلی را بدست آورید. (b=1) همچنین رابطه‌ای بین y_1 و y_2 و y_c بدست آورید.

$$F_1=F_2 \xrightarrow{\bar{y}=y/2} \frac{q^2}{gy_1}+\frac{y_1^2}{2}=\frac{q^2}{gy_2}+\frac{y_2^2}{2} \Rightarrow \frac{q^2}{g}\left(\frac{1}{y_1}-\frac{1}{y_2}\right)=\frac{1}{2}\underbrace{(y_2^2-y_1^2)}_{(y_2-y_1)(y_2+y_1)}$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{gy_1y_2}=\frac{1}{2}(y_1+y_2)\ (1) \left.\begin{array}{l} \\ q=v_1y_1=v_2y_2\ (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_1^2y_1^2}{gy_1y_2}=\frac{1}{2}(y_1+y_2) \Rightarrow \frac{v_1^2}{g}=\frac{1}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)(y_1+y_2)\ (3)$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2}{gy_1}=Fr_1^2=\frac{1}{2}\frac{y_2}{y_1}\left(\frac{y_2}{y_1}+1\right) \xrightarrow{\text{حل دوم}} \boxed{\frac{y_2}{y_1}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_1^2}-1\right)}$$

با توجه به تقارن روابط $\rightarrow$ $\boxed{\frac{y_1}{y_2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8Fr_2^2}-1\right)}$

$$y_2=-\frac{y_1}{2}+\sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2+\frac{2q^2}{gy_1}} \quad , \quad y_1=-\frac{y_2}{2}+\sqrt{\left(\frac{y_2}{2}\right)^2+\frac{2q^2}{gy_2}}$$

$$\Delta E_j=E_1-E_2=\left(y_1+\frac{v_1^2}{2g}\right)-\left(y_2+\frac{v_2^2}{2g}\right) \xrightarrow{(1),(2)} \boxed{\Delta E_j=\frac{(y_2-y_1)^3}{4y_1y_2}}$$

$$y_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \Rightarrow y_c^3=q^2/g \xrightarrow{(3)} \boxed{y_c^3=\frac{1}{2}y_1y_2(y_1+y_2)}$$

نمودارهای کتاب ← تعیین اعماق بحرانی مخصوص در کانال‌های دوزنقه‌ای

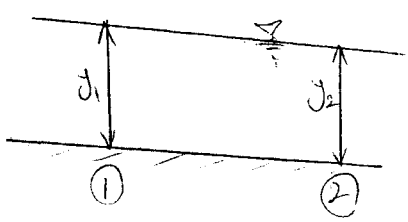
در کانال‌های دایره‌ای

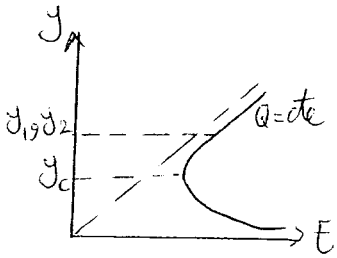
$$y_c=\frac{1.01}{d_0^{0.264}}\left(\frac{Q}{\sqrt{g}}\right)^{0.506} \qquad 0.02<\frac{y_c}{d_0}<0.85 \ : \text{Straub رابطه}$$

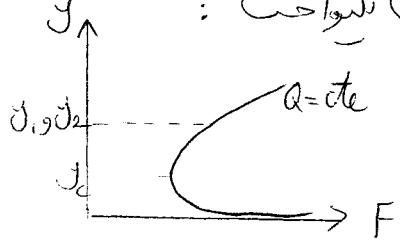
$$Fr_1=\left(\frac{y_c}{y_1}\right)^{1.93} \ , \ Fr_1<1.7 \rightarrow y_2=\frac{y_c^2}{y_1} \ , \ Fr_1>1.7 \rightarrow y_2=\frac{y_c^{1.8}}{y_1^{0.73}}$$

مقایسه منحنی‌های $E-y$ و $F-y$:

جریان ثابت:



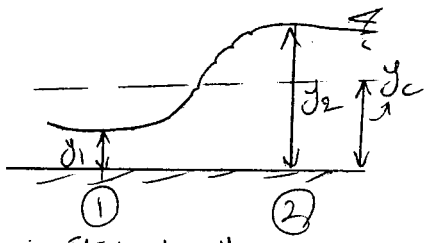




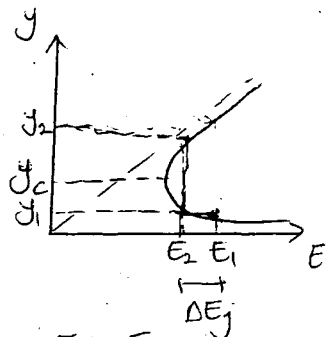
$y_1=y_2 \rightarrow E_1=E_2$

$F_1=F_2$

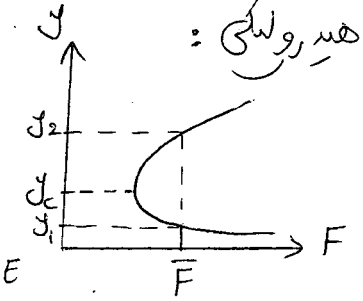
پرش هیدرولیکی :



y_1 و y_2 اعماق مزدوج

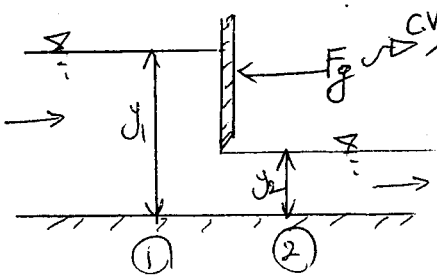


$E_1 > E_2$
(ناشی از افت انرژی)



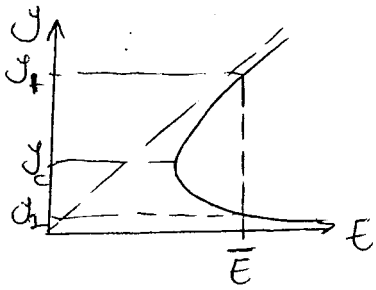
$F_1 = F_2$

دریچه کشویی :

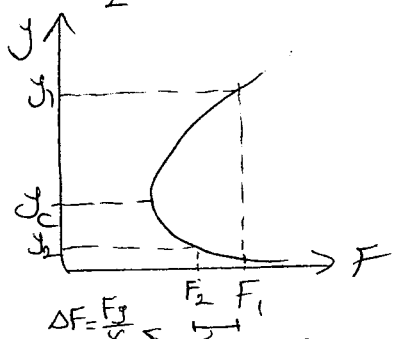


نیروی وارده از دریچه بر CV

y_1 و y_2 اعماق متناوب ⟸ افت انرژی ناچیز



$E_1 = E_2$



$F_1 > F_2$ (F_g ناشی از)

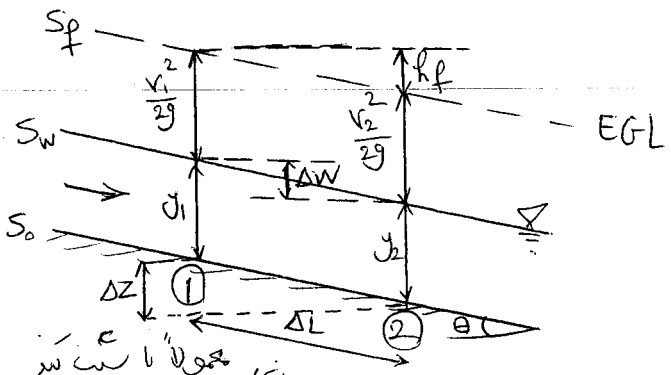
تمرین : فصل سوم : 2 ، 3 ، 4 ، 6 و 10

33/

جریان دائمی در کانال‌های باز: $\frac{\partial y}{\partial t}=0$ $(\frac{\partial Q}{\partial t}=0, \frac{\partial v}{\partial t}=0)$

- جریان یکنواخت $(\frac{\partial Q}{\partial x}=0, \frac{\partial v}{\partial x}=0)$ $\frac{\partial y}{\partial x}=0$
- جریان متغیر تدریجی $\frac{\partial y}{\partial x}\neq 0$

جریان یکنواخت: (Uniform Flow)



جریان یکنواخت در کانال اقیمی ایجاد می‌شود

عمق نرمال $y_n \equiv$ عمق، جریان نرمال $\equiv$ جریان یکنواخت دائمی

خصوصیات جریان:

$$\begin{cases} y_1=y_2 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=0 \\ v_1=v_2 \Rightarrow \frac{dv}{dx}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_n<y_c & \text{جریان فوق بحرانی} \\ y_n>y_c & \text{" زیر بحرانی} \\ y_n=y_c & \text{" بحرانی} \end{cases}$$

S_o: شیب کف کانال؛ Δz: تغییر ارتفاع کف کانال

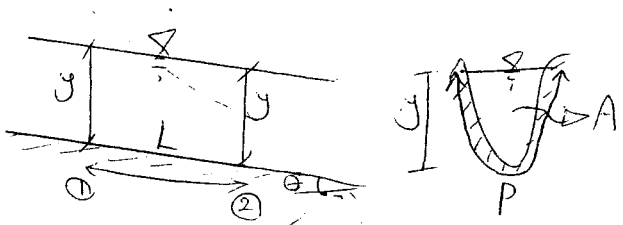
S_w: شیب سطح آب؛ Δw: " " سطح آب

S_f: شیب خط انرژی؛ h_f: " دو مکان انرژی (افت انرژی)

$$S_o=S_w=S_f=S$$
$$\frac{\Delta z}{\Delta L}=\frac{\Delta w}{\Delta L}=\frac{h_f}{\Delta L}=S=\sin\theta$$

(شیب کم: $\sin\theta\simeq tg\theta\equiv$ شیب کانال)

سرعت متوسط:



رابطه شزی (Chezy equation) [1769]:

رابطه اندازه حرکت ($\beta_1=\beta_2=1$):

$$F_{P_1}-F_{P_2}-F_f+W\sin\theta=\rho Q(V_2-V_1)$$

$F_{P_1}=F_{P_2}$, $V_1=V_2$ $\Rightarrow$ $W\sin\theta-F_f=0$ $\Rightarrow$ $W\sin\theta=F_f$

رسیدن جریان به سرعت حد: تعادل دینامیکی بین نیروهای اصطکاکی و ثقلی

ارتجی:

$$F_f=\tau_o PL$$

τ_o: تنش برشی متوسط در کف کانال

PL: سطحی مرطوب شده بین دو مقطع ① و ②

34/ $W \sin\theta = \gamma \forall \sin\theta = \gamma AL \sin\theta$

$\Rightarrow \gamma AL \sin\theta = \tau_0 PL \Rightarrow \tau_0 = \gamma \frac{A}{P} \sin\theta = \gamma R \sin\theta = \gamma RS$

$\Rightarrow \boxed{\tau_0 = \gamma RS}$ فرض: تنش برشی متوسط حباره متناسب با مجذور سرعت متوسط آب

$\tau_0 \propto V^2 \Rightarrow \tau_0 = K \rho V^2$

K: ضریب ثابت بی‌بعد وابسته به شکل کانال و زبری جداره

$\frac{kg}{m^3} \frac{m^2}{s^2} = \frac{kg\,m}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} = \frac{N}{m^2} = \tau$ تنش

$\Rightarrow K \rho V^2 = \gamma RS \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g}{K}} \sqrt{RS} \Rightarrow \boxed{V = C\sqrt{RS}}$

$\sqrt{\frac{g}{K}} = C$

رابطه شزی [Chezy, 1769]

C: ضریب شزی $(\frac{L^{1/2}}{T})$ ، $\frac{m^{1/2}}{s}$

C بیانگر مقاومت هیدرودینامیکی بستر جریان است

$\boxed{Q = VA = CA\sqrt{RS}}$ ضریب انتقال: $CA\sqrt{R}$

تعیین ضریب شزی (C):

1) رابطه داریسی-ویسباخ

$h_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$ معادله داریسی-ویسباخ (Darcy-Weisbach)

h_f: افت انرژی در جریان آب در عبور از یک طول مشخص لوله

f: ضریب اصطکاک بدون بعد $f = g(\frac{4\rho VR}{\mu}, \frac{\epsilon}{4R})$

ϵ: زبری $\quad \frac{4\rho VR}{\mu} = Re$ روابط تجربی ← تعیین f ← نمودار مودی (Moody)

$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4VR}{\nu} = \frac{4\rho VR}{\mu}$

مقادیر ϵ برای بعضی مصالح کانال: جدول کتاب

$d = 4R \Rightarrow h_f = \frac{f}{4R} \frac{V^2}{2g} = S_f$

$R = \frac{A}{P} = \frac{\pi d^2/4 L}{\pi d} = \frac{d}{4}$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS_f}$ جریان یکنواخت $\Rightarrow \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS}$

$\Rightarrow \boxed{C = \sqrt{\frac{8g}{f}}}$

2) رابطه بزن (Bazin)

$C = \frac{87}{1 + \frac{\lambda}{\sqrt{R}}}$

R: شعاع هیدرولیکی و λ: ضریب زبری بستر کانال (جدول کتاب)

3) رابطه گانگیلیت-کاتر (Ganguillete-Kutter)

$C = \frac{(23 + \frac{0.00155}{S}) + \frac{1}{n}}{1 + (23 + \frac{0.00155}{S}) \frac{n}{\sqrt{R}}}$

n: ضریب زبری بستر کانال
R: شعاع هیدرولیکی
S: شیب طولی کانال

مثال: در یک کانال دوزنقه‌ای شکل عرض کف کانال 3m و شیب جداره $1:1_{(H)}^{(V)}$ و شیب طولی مجرا 0.0005 است. با فرض ضریب زبری 50 (later) درصورتیکه عمق آب در کانال 1m باشد دبی کانال را بدست آورید.

$$\begin{cases} A=(b+zy)y=4\,m^2 \\ P=b+2y\sqrt{1+z^2}=5.8\,m \end{cases} \rightarrow R=\frac{A}{P}=0.69$$

$$V=C\sqrt{RS}=50\sqrt{0.69\times 0.0005}=0.93\ m/s$$

$$Q=VA=4\times 0.93=3.72\ m^3/s$$

مثال: در یک کانال مستطیلی با پوشش بتنی عمق آب 1m است. درصورتیکه عرض کانال 1.2m و شیب طولی آن $1/3000$ باشد با استفاده از رابطه شزی دبی کانال را بدست آورید.

$$\begin{cases} A=by=1.2\ m^2 \\ P=b+2y=3.2\,m \end{cases} \rightarrow R=\frac{A}{P}=0.375\ m$$

رابطه بزن: $C=\frac{87}{1+\lambda/\sqrt{R}}=\frac{87}{1+\frac{0.12}{\sqrt{0.375}}}=73$ — جدول: $\lambda=0.12$

$$V=C\sqrt{RS}=0.816\ m/s \rightarrow Q=VA=0.98\ m^3/s$$

رابطه مانینگ (Manning equation) [1889]:

$C\propto R^{1/6} \rightarrow C=\frac{1}{n}R^{1/6}$ (ضریب زبری مانینگ) n: ضریب زبری بستر کانال $\left(\frac{T}{L^{1/3}}\right)$

$Cn=R^{1/6}$ SI: $\boxed{V=\frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2}}$ (فرمول مورد نیاز)

n شاخص شدت اتلاف انرژی در جریان $n\propto f$ (ضریب دارسی-ویسباخ)

$Q=VA=\frac{1}{n}AR^{2/3}\sqrt{S}$ ضریب انتقال: $\frac{1}{n}AR^{2/3}$

در سیستم انگلیسی: $V=\frac{1.486}{n}R^{2/3}S^{1/2}$

عوامل موثر در n عبارتند از:

زبری بستر کانال (جنس کانال)، نامنظمی سطح مقطع، پوشش گیاهی (نوع و میزان تراکم آن)، شکل مسیر (مستقیم یا با پیچی نه زیاد)، وجود موانع در مسیر جریان و حتی عمق و دبی جریان

تعیین n: رابطه کوان (Cowan)؛ جدول کتاب؛ روابط تجربی

- فرمول استریکلر (Strickler) (کانال طبیعی): $n=\frac{d_{50}^{1/6}}{21.1}$ — d_{50}: اندازه سنگدانه‌ها (شاه‌دانه‌ای که 50 درصد دانه‌ها از آن ریزترند) (m)

36/ - رابطه مییر (Meyer) و همکاران (رودخانه کوهستانی با مصالح حداره درشت دانه)

$n = \frac{d_{90}^{1/6}}{26}$ d_{90}: اندازه دانه‌ای که 90٪ وزنی ذرات از آن ریزترند (m)

محاسبه عمق نرمال: 86.3.6 (12

Ex: y_n مجهول $Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$

- روش (عددی) سعی و خطا

- استفاده از نمودارها یا جداول کلی

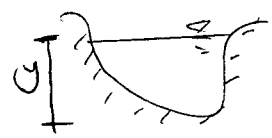
مقطع مستطیلی: $\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = f_1(\frac{y}{b})$

مقطع دایره‌ای: $\frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}} = f_2(\frac{y}{d_0})$

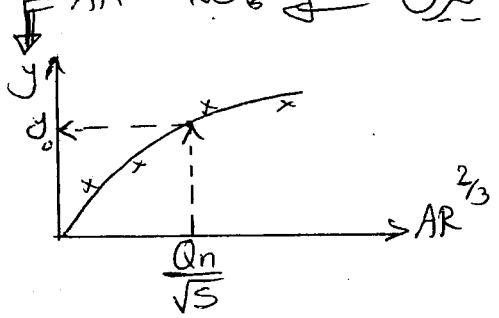
مقطع دوزنه‌ای: $\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = f_2(\frac{y}{b}, z)$

نمودارهای کتاب برای تعیین y_n

- روش ترسیمی



تعیین y_n ← محاسبه $AR^{2/3}$



مثال: در یک کانال مستطیلی با عرض کف 6m و ضریب زبری 0.02 مطلوبست:

الف) شیب نرمال برای دبی $11\ m^3/s$ و عمق 1m

ب) شیب بحرانی برای دبی $11\ m^3/s$

ج) شیب بحرانی برای عمق بحرانی 1m و نیز محاسبه دبی مقطع

د) شیب بحرانی نرمال و مقدار دبی برای عمق نرمال 1m

$A = by$
$P = b + 2y$
$R = A/P$

الف) $S_n \equiv J = J_n$ ، $y_n = 1m$

$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \rightarrow 11 = \frac{1}{0.02} (6 \times 1) \left(\frac{6 \times 1}{6 + 2 \times 1}\right)^{2/3} S_n^{1/2}$

$\Rightarrow S_n = 0.00197$

ب) S_c شیب بحرانی ← جریان بحرانی است ← $y_n = y_c$

$q = \frac{Q}{b} = \frac{11}{6} = 1.83\ m^3/s/m \rightarrow y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = 0.7m$

37/ $y_n = y_c = 0.7\,m \Rightarrow 11 = \frac{1}{0.02}(6\times0.7)\left(\frac{6\times0.7}{6+2\times0.7}\right)^{2/3} S_c^{1/2}$

$\Rightarrow S_c = 0.00584$ $\quad y_n > y_c \rightarrow S_n < S_c$ $\quad Q = \frac{1}{n} b y \left(\frac{by}{b+2y}\right)^{2/3} S^{1/2}$

کانال عریض $\Rightarrow Q = \frac{1}{n} b y\, y^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow y^{5/3} S^{1/2} = cte$ $\quad Q = cte$

$y \propto \frac{1}{S}$

2) $V_c = \sqrt{g y_c} = 3.13\ m/s$, $V_c = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow 3.13 = \frac{1}{0.02}\left(\frac{6\times1}{6+2\times1}\right)^{2/3} S_c^{1/2}$

$\Rightarrow S_c = 0.00576$

$Q = V_c A_c = 3.13\times6\times1 = 18.78\ m^3/s$

3) جریان یکنواخت + تنظیم سیب دلی $\Rightarrow$ جریان بحرانی Q : S_{cn} شیب بحرانی نرمال (critical normal) $\quad y_c = y_n = 1\,m$

$q = \sqrt{g y_c^3} = 3.13\ m^3/s/m \Rightarrow Q = bq = 18.79\ m^3/s$

$18.79 = \frac{1}{0.02}(6\times1)\left(\frac{6\times1}{6+2\times1}\right)^{2/3} S_{cn}^{1/2} \Rightarrow S_{cn} = 0.00576$

نکته: $S_{cn} = \frac{g n^2 D_n}{R_n^{4/3}}$ عمق و شعاع هیدرولیکی: R_n, D_n

شیب حد (Limit Slope) : (S_L)

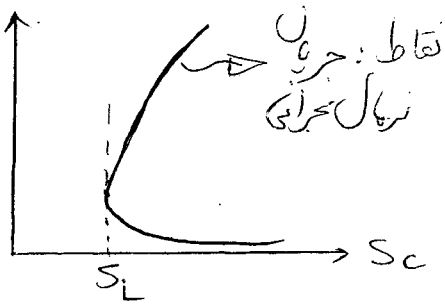
کمترین شیب بحرانی در یک کانال با شکل هندسی و ضریب زبری مشخص

کانال مستطیلی

$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_c^{1/2} = \frac{1}{n}(by_c)\left(\frac{by_c}{b+2y_c}\right)^{2/3} S_c^{1/2} \rightarrow S_c = \dots$ ①

$Q^2 T = gA^3 \Rightarrow Q = b\sqrt{g y_c^3}$ ②

$y \xrightarrow{①,②} S_c, Q \rightarrow$ رسم منحنی شیب ملایم



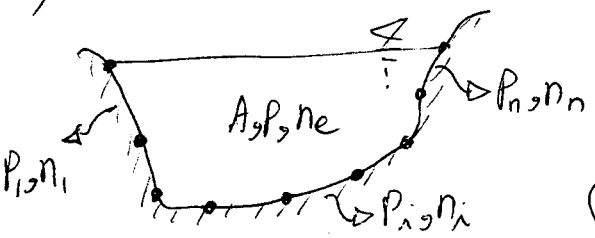
نقاط: جریان نرمال بحرانی

$\begin{cases} S < S_L \rightarrow \text{جریان زیر بحرانی } (y_n > y_c) \\ S \geq S_L \rightarrow \text{جریان فوق بحرانی } (y_n < y_c) \end{cases}$ کف شیب‌ها

نکته: کانال مستطیلی عریض $q = \left(\frac{3.556n}{\sqrt{S_c}}\right)^9$ شیب ملایم $<$ شیب تند $>$ q در واحد عرض

اشاره

X زبری معادل :



جنس بستر کانال در n موثر است.

اگر جنس بدنه کانال در قسمتهای مختلف متفاوت باشد ← زبری معادل n_e

مثلاً : - کانال با جوانب شیشه‌ای و کف فلزی یا چوبی (ملقع)

- کانال مصنوعی با کف خاکی و جوانب با پوشش سخت که مشاهده جریان

که جلوگیری از تراوش آب یا ریزش بدنه

روشهای تخمین n_e :

1) رابطه هورتون - انیشتن (Horton - Einstein)

تقسیم متقطع به n قسمت :

$$A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n = A$$

$$V_1 = V_2 = \dots = V_i = \dots = V$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \rightarrow S^{1/2} = \frac{nV}{R^{2/3}}$$

$$\frac{V_1 n_1}{R_1^{2/3}} = \frac{V_2 n_2}{R_2^{2/3}} = \dots = \frac{V n_e}{R^{2/3}} = S_0^{1/2} \Rightarrow \frac{V_i n_i}{R_i^{2/3}} = \frac{V n_e}{R^{2/3}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{A_i}{A}\right)^{2/3} = \frac{n_i P_i^{2/3}}{n_e P^{2/3}} \Rightarrow A_i = A \frac{n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P}$$

$$\sum A_i = A = A \frac{\sum n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P} \Rightarrow n_e = \frac{\left(\sum n_i^{3/2} P_i\right)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

2) رابطه پارلوفسکی (Parlovsky)

$$n_e = \frac{\left(\sum n_i^2 P_i\right)^{1/2}}{P^{1/2}}$$

فرضیات :

- نیروی راننده کل برمبنای سرعت متوسط و پیرامون مرطوب کل معادل جمع نیروهای راننده هر یک از مساحتهای تفکیک شده است.

- سرعت متوسط و شعاع هیدرولیکی در هر یک از جزء مساحت برابر سرعت متوسط و شعاع هیدرولیکی کل جریان می‌باشد.

39/

3) رابطه لوتر (Lotter)

$$n_e = \frac{PR^{5/3}}{\sum (P_i R_i^{5/3}/n_i)}$$

فرضیات:

دبی جریان در کل مقطع مرکب برابر جمع دبی جریان در هریک از اجزاء سازنده است.

$$Q = \sum Q_i \Rightarrow \frac{1}{n_e} A R^{2/3} S^{1/2} = \left(\frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} + \dots\right) S^{1/2}$$

$$R = \frac{A}{P} \Rightarrow \frac{1}{n_e} P R^{5/3} S^{1/2} = \left(\frac{1}{n_1} P_1 R_1^{5/3} + \frac{1}{n_2} P_2 R_2^{5/3} + \dots\right) S^{1/2}$$

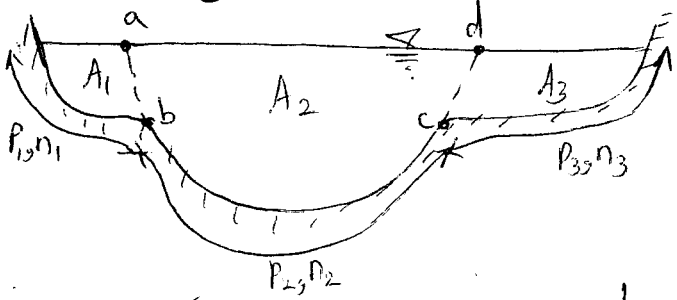
مثال کتاب P181

زبری معادل در مقطع مرکب (Compound sections): تعیین n_e با استفاده از رابطه لوتر مناسب‌تر است.

سیلاب و جاری شدن آب به دشت‌های سیلابی ⇐ مقطع مرکب

n_e دشت سیلابی $>$ n کانال اصلی

تقسیم مقطع به اجزاء کوچکتر و مقاطع منفرد ⟵ تعیین دبی هر مقطع ⟵ دبی کل



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_3} A_3 R_3^{2/3} S^{1/2}$$

$$\Rightarrow Q = (K_1 + K_2 + K_3) S^{1/2}$$

K: ضریب انتقال

برای محاسبه P_2 می‌توان گفت $\Rightarrow P_2 = ab + bc + cd$ (دقیق‌تر)

$$P_2 = bc$$

بهترین مقطع هیدرولیکی (Best Hydraulic Section):

(مقطعی است که با حداقل حجم حفاری بیشترین دبی را عبور دهد.)

فرض: ضریب زبری و شیب ثابت

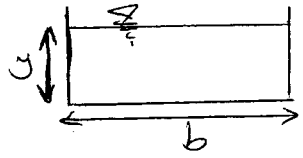
$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} S^{1/2}$$

مقطع بهینه Q_{max}:

- به ازای محیط ثابت ($P = cte$) مساحت حداکثر (A_{max}) شود.
- به ازای مساحت ثابت ($A = cte$) محیط حداقل (P_{min}) گردد.
- به ازای دبی ثابت ($Q = cte$) مساحت (حفاری) و محیط مرطوب (پوشش کانال) حداقل گردد.

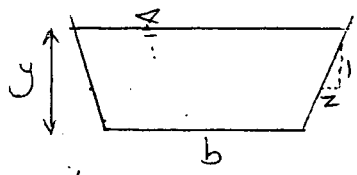
40/

- مقطع مستطیلی



$$\begin{cases} A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y} \\ P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y \end{cases} \xrightarrow[P_{min}]{A=cte} \frac{dP}{dy} = -\frac{A}{y^2} + 2 = 0 \Rightarrow A = 2y^2 \Rightarrow by = 2y^2 \Rightarrow \boxed{b = 2y}$$

- مقطع ذوزنقه‌ای



$$\begin{cases} A = (b + zy)y \Rightarrow b = \frac{A}{y} - zy \\ P = b + 2\sqrt{1+z^2}\,y = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{1+z^2} \end{cases} \xrightarrow[z=cte]{A=cte} \frac{dP}{dy} = -\frac{A}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

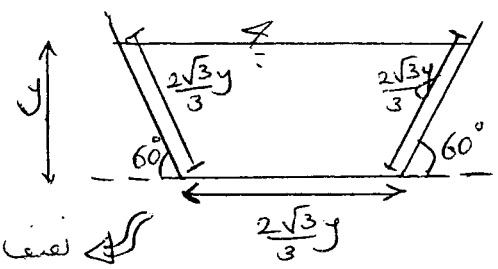
$$\Rightarrow -\frac{(b+zy)}{y} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0 \Rightarrow b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) \Rightarrow \boxed{b + 2zy = 2y\sqrt{1+z^2}}$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}\,y = (2y\sqrt{1+z^2} - 2zy) + 2\sqrt{1+z^2}\,y = 2y(2\sqrt{1+z^2} - z)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \Rightarrow 2y\left(\frac{2z}{\sqrt{1+z^2}} - 1\right) = 0 \Rightarrow 2z = \sqrt{1+z^2} \Rightarrow \boxed{z = \frac{\sqrt{3}}{3} = tg\,30^\circ}$$

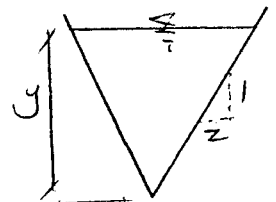
$$P = 2y(2\sqrt{1+z^2} - z) \xrightarrow{z=\frac{\sqrt{3}}{3}} 2\sqrt{3}\,y$$

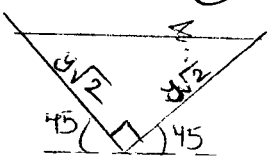
$$b + 2zy = 2y\sqrt{1+z^2} \xrightarrow{z=\frac{\sqrt{3}}{3}} \boxed{b = \frac{2\sqrt{3}}{3}y}$$



نصف شش ضلعی منتظم

- مقطع مثلثی





$$\begin{cases} A = zy^2 \Rightarrow y^2 = \frac{A}{z} \\ P = 2\sqrt{1+z^2}\,y \Rightarrow P^2 = 4(1+z^2)y^2 = 4(1+z^2)\frac{A}{z} \end{cases}$$

$$\frac{dP^2}{dz} = 0 \Rightarrow 4A\left(-\frac{1}{z^2} + 1\right) = 0 \Rightarrow \boxed{z = 1 = tg\,45^\circ}$$

$$P = 2\sqrt{2}\,y$$

جمع بندی:

مقطع	A	P	R	T	D
ذوزنقه	$\sqrt{3}y^2$	$2\sqrt{3}y$	$y/2$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}y$	$\frac{3}{4}y$
مستطیل	$2y^2$	$4y$	$y/2$	$2y$	y
مثلث	y^2	$2\sqrt{2}y$	$\frac{\sqrt{2}}{4}y$	$2y$	$y/2$
نیم‌دایره	$\pi y^2/2$	πy	$y/2$	$2y$	$\pi y/4$

تمرین: فصل چهارم:

۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۷،

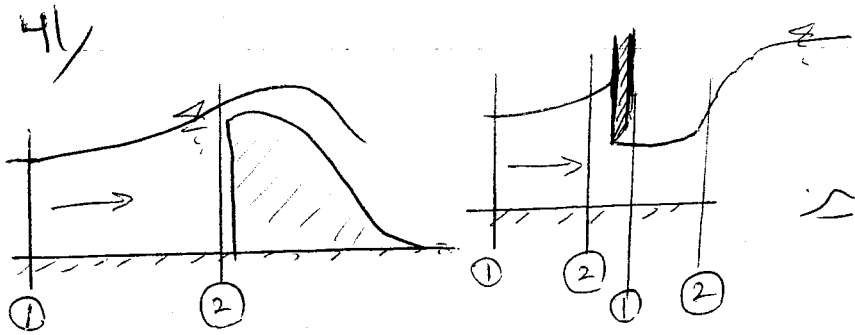
۱۱، ۱۴، ۱۶.

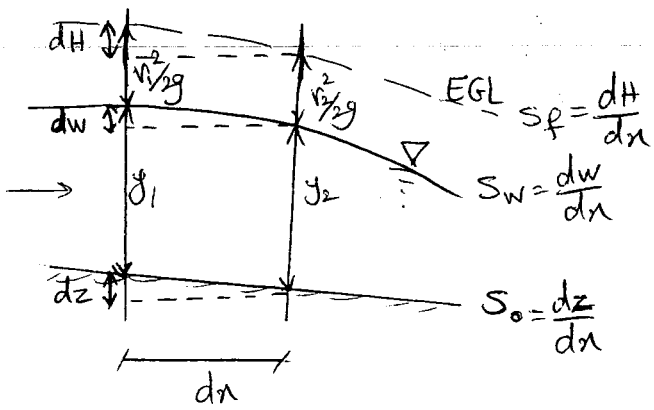
41/

86.3.13 (13

جریان متغیر تدریجی:

تغییر عمق در فاصله طولانی از مسیر



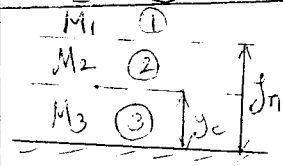
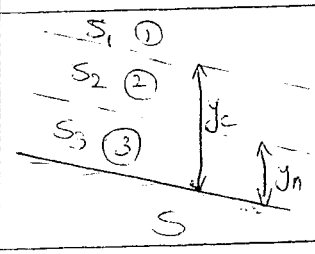
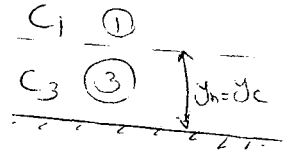
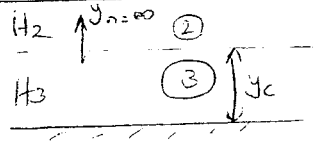
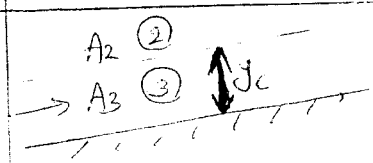


$$\frac{dQ}{dx}=0 \rightarrow \frac{dv}{dx}\neq 0 \;,\; \frac{dy}{dx}\neq 0$$

$$S_o \neq S_f \neq S_w$$

$$\begin{cases} y_2>y_1 \rightarrow \frac{dy}{dx}>0 : \text{Backwater} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \text{پس آب} \\ y_2<y_1 \rightarrow \frac{dy}{dx}<0 : \text{drawdown} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \text{افت آب} \end{cases}$$

طبقه بندی سیرهای طولی سطح آب (Classification of water surface profiles)

نوع شیب	علامت اختصاری	y_n و y_c نسبت به هم	S_c و S_n	پایه شیب و نوع پروفیل (12 پروفیل)
ملایم (mild)	M	$y_n>y_c$	$S_n<S_c$	
تند (Steep)	S	$y_n<y_c$	$S_n>S_c$	
بحرانی (Critical)	C	$y_n=y_c$	$S_n=S_c$	
افقی (Horizontal)	H	$y_n\rightarrow\infty$	$S_n=0$	
معکوس (Adverse)	A	y_n وجود ندارد	$S_n<0$	

معادلات جریان متغیر تدریجی :

فرضیات :

- توزیع فشار، هیدرواستاتیکی درنظرگرفته می‌شود.
- شیب کانال کم

$$H = y + z + \frac{\alpha V^2}{2g} = y + z + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \Rightarrow \frac{dH}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{dA}{dy}\right)\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$\frac{dH}{dx} \Rightarrow -S_f$ شیب خطانرژی

$\frac{dz}{dx} \Rightarrow -S_0$ شیب کف (بجزشیب معکوس)

$\left(\frac{dA}{dy}\right)\left(\frac{dy}{dx}\right) = T$, Fr^2

$$\Rightarrow -S_f = \frac{dy}{dx}(1 - Fr^2) - S_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$ معادله دینامیکی جریان متغیر تدریجی

بررسی نیمرخ های طولی سطح آب :

M_1 : $y > y_n > y_c$

$$\begin{cases} y > y_c \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow 1 - Fr^2 > 0 \\ y > y_n \Rightarrow V < V_n \xrightarrow{h_f \propto V^2} S_f < S_0 \Rightarrow S_0 - S_f > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} > 0$$

$y \propto \frac{1}{S}$ ($S_f = S_0$) با کاهش شیب انرژی در جریان یکنواخت

پروفیل افزاینده

$y_n < y < \infty$:

- $y \to y_n \equiv S_f \to S_0 \equiv \frac{dy}{dx} \to 0 \equiv$ پروفیل ماس بر y_n
- $y \to \infty \equiv V \to 0 \equiv S_f \to 0$, $Fr \to 0 \equiv \frac{dy}{dx} \to S_0 \equiv$ پروفیل ماس بر افق

M_2 : $y_c < y < y_n$

$$\begin{cases} y > y_c \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow 1 - Fr > 0 \\ y < y_n \Rightarrow V > V_n \Rightarrow S_f > S_0 \Rightarrow S_0 - S_f < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} < 0$$

پروفیل کاهنده

$y_c < y < y_n$:

- $y \to y_n \equiv S_f \to S_0 \equiv \frac{dy}{dx} \to 0 \equiv$ پروفیل ماس بر y_n
- $y \to y_c \equiv Fr \to 1 \equiv \frac{dy}{dx} \to -\infty \equiv$ پروفیل ماس بر خط قائم

بدلیل ایجاد شدید جریان، فرضیات GVF عاقق نیست. پس با خطا چنین مسائلی محاسبه می‌شود.

M_3 : $y < y_c < y_n$

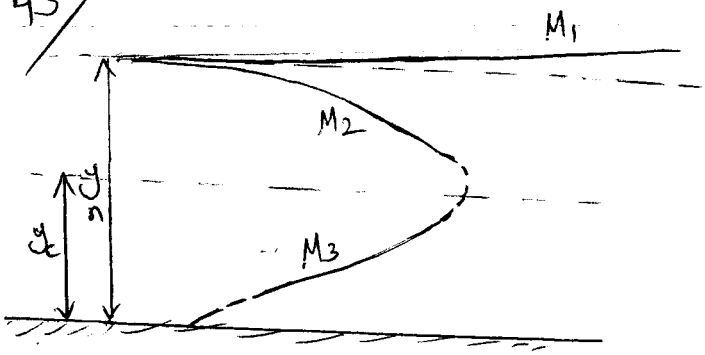
$$\begin{cases} y < y_c \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow 1 - Fr^2 < 0 \\ y < y_n \Rightarrow V > V_n \Rightarrow S_f > S_0 \Rightarrow S_0 - S_f < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} > 0$$

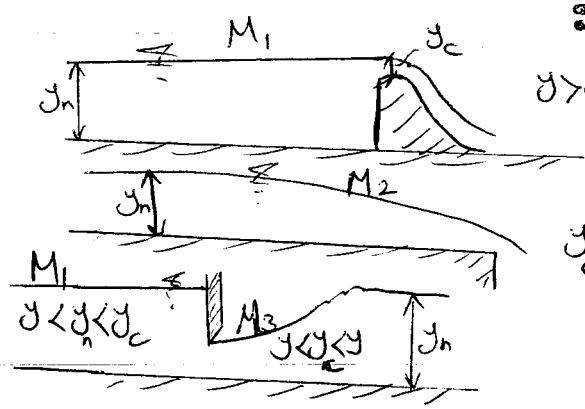
پروفیل افزاینده

$y < y_c$:

- $y \to 0 \equiv V \to \infty \equiv S_f \to \infty$ و $Fr \to \infty \equiv \frac{dy}{dx} \xrightarrow{\text{تقریبا}} a \in \mathbb{R}^+$
- $y \to y_c \equiv Fr \to 1 \equiv \frac{dy}{dx} \to \infty \equiv$ پروفیل ماس بر خط قائم

43/





پس:
$y > y_n > y_c$
$y_c < y < y_n$

$$\begin{cases} y > y_c \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow 1 - Fr^2 > 0 \\ y > y_n \Rightarrow V < V_n \Rightarrow S_f < S_0 \Rightarrow S_0 - S_f > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} > 0$$

$y > y_c > y_n$: S_1

پروفیل افزاینده

$$y_c < y < \infty \Rightarrow \begin{cases} y \to y_c \equiv Fr \to 1 \equiv \frac{dy}{dx} \to \infty \equiv \text{پروفیل عاس بر خط قائم} \\ y \to \infty \equiv V \to 0 \equiv S_f \to 0,\ Fr \to 0 \equiv \frac{dy}{dx} \to S_0 \equiv \text{پروفیل عاس با افق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < y_c \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow 1 - Fr^2 < 0 \\ y > y_n \Rightarrow V < V_n \Rightarrow S_f < S_0 \Rightarrow S_0 - S_f < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-}{+} < 0$$

$y_n < y < y_c$: S_2

پروفیل کاهنده

$$y_n < y < y_c \Rightarrow \begin{cases} y \to y_n \equiv S_f \to S_0 \equiv \frac{dy}{dx} \to 0 \equiv \text{پروفیل عاس بر } y_n \\ y \to y_c \equiv Fr \to 1 \equiv \frac{dy}{dx} \to -\infty \equiv \text{پروفیل عاس بر خط قائم} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < y_c \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow 1 - Fr^2 < 0 \\ y < y_n \Rightarrow V > V_n \Rightarrow S_f > S_0 \Rightarrow S_0 - S_f < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} > 0$$

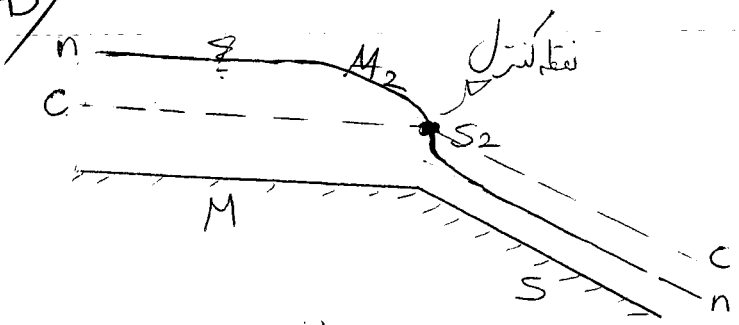
$y < y_n < y_c$: S_3

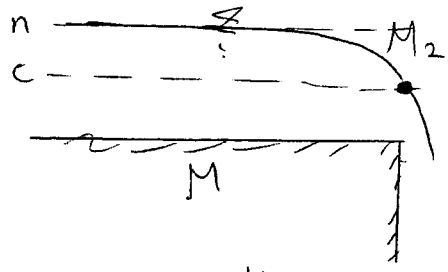
پروفیل افزاینده

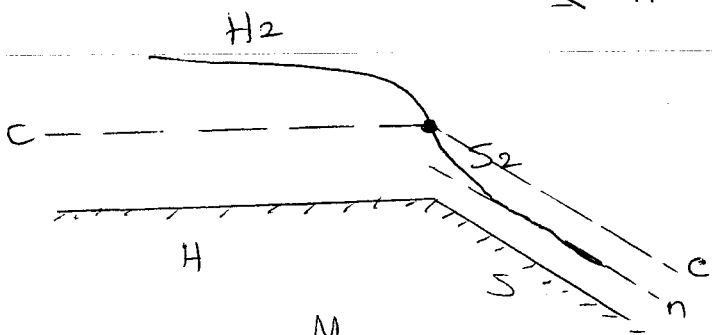
$$0 < y < y_n \Rightarrow \begin{cases} y \to 0 \equiv V \to \infty \equiv S_f \to \infty,\ Fr \to \infty \equiv \frac{dy}{dx} \xrightarrow{\text{رفتار}} b \in \mathbb{R}^+ \\ y \to y_n \equiv S_f \to S_0 \equiv \frac{dy}{dx} \to 0 \equiv \text{پروفیل عاس بر } y_n \end{cases}$$

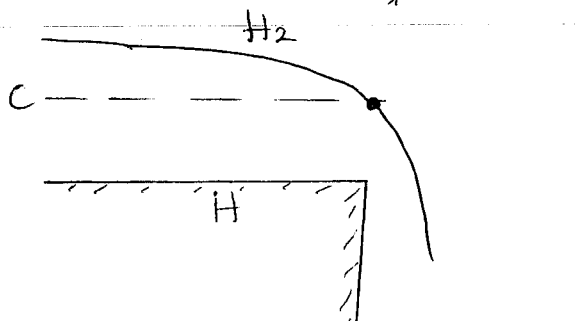
Go to ص 46

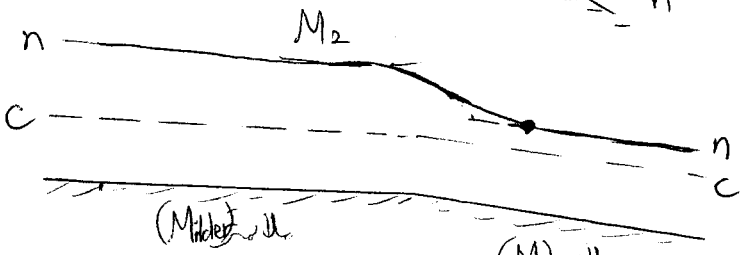
ترکیب نیمرخ سطح آب (پروفیل):



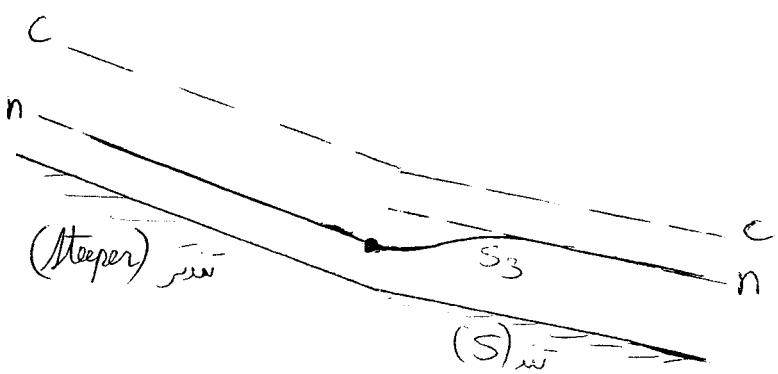


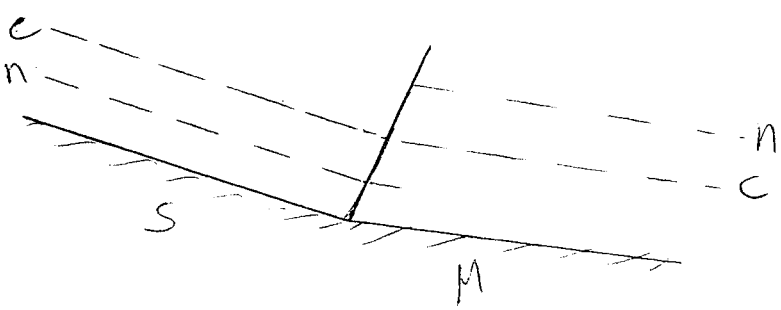


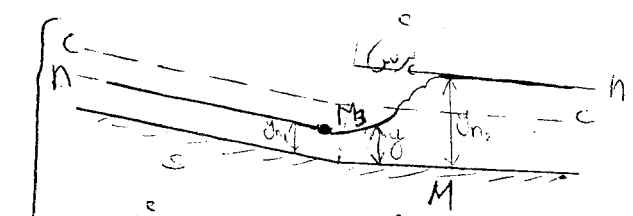




(M) ملایم (Milder) ملایم



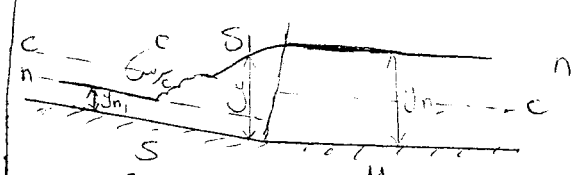




y_{n_2} عمق ثانویه پرش $\rightarrow$ y: عمق اولیه پرش

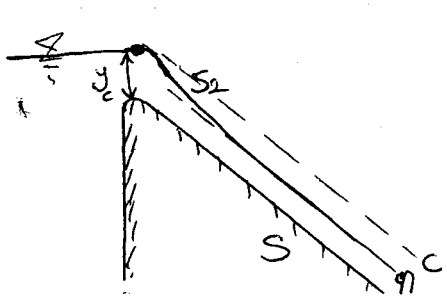
if $y > y_{n_1} \Rightarrow M_3$ O.K.

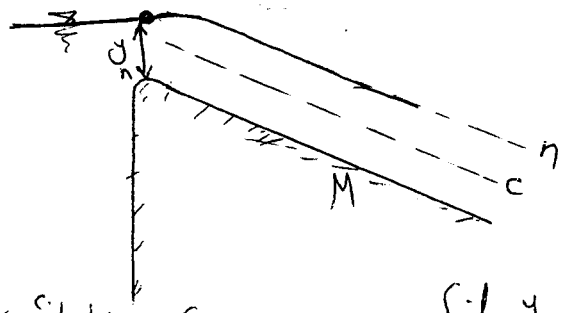
elseif $y < y_{n_1} \Rightarrow$ حالت زیر



y_{n_1}: عمق اولیه پرش $\Rightarrow$ y: عمق ثانویه پرش

$y < y_{n_2}$





کنترل S : فرض اولیه $\xrightarrow[\text{و ابتدای کانال}]{\text{معادله انرژی بین دریاچه}}$ $\begin{cases} y_c \\ Q \to y_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{if } y_n < y_c \Rightarrow S_{2k} \\ \text{else if } y_n > y_c \Rightarrow M \end{cases}$

انتقال ص 145

نقطه کنترل: (Control point)

نقطه کنترل عبارت است از نقطه‌ای که در آن ارتباط مستقیمی بین عمق و دبی جریان وجود دارد. (محل عمق نرمال یا عمق بحرانی در نقطه‌ای مخصوص).

مقاطع کنترل هم جریان بالادست و هم جریان پایین دست خود را کنترل می‌کنند مگر اینکه در ابتدا یا انتهای کانال واقع گردند.

هر جریان متغیر تدریجی دارای یک نقطه کنترل است که برای جریان‌های فوق بحرانی در بالادست و برای جریان‌های زیربحرانی در پایین دست قرار دارد. برای محاسبه پروفیل سطح آب از طریق معادله $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2}$ می‌بایست شرایط اولیه معلوم باشد که این شرط مربوط به نقطه کنترل است. محاسبات در جریان فوق بحرانی از بالادست به پایین دست و در جریان زیربحرانی از پایین دست به بالادست صورت می‌گیرد.

که شرایط اولیه معلوم

دریچه‌ها و سرریزها مقاطع کنترل می‌باشند چون آب گذرنده از آنها دارای عمق خاصی می‌باشد

تمرین: فصل پنجم: 1

47/ $\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2}$ هدف: حل معادله

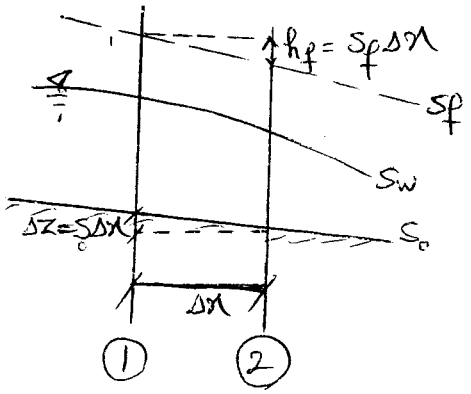
محاسبات جریان متغیر تدریجی:

روشهای محاسبه پروفیل جریان
- برای کانالهای منشوری
  - روشهای عددی ساده
  - روش انتگرال گیری ترسیمی
  - روش انتگرال گیری مستقیم
- برای کانالهای طبیعی (رودخانه)

← مشابه روشهای مربوط به کانالهای منشوری با این تفاوت که باتوجه به محدود بودن اطلاعات (معلوم بودن مشخصات مقطع رودخانه در نقاط محدود) در حل معادلات حاکم علیرغم محاسبات ویژه‌ای مورد نیاز است.

روشهای عددی ساده: (Simple Numerical methods)

روش گام به گام مستقیم (Direct Step Method): ← محاسبه فاصله از روی عمق



$$H_1 = H_2 + h_f$$

$$y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

$$\underbrace{y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}}_{E_1} + S_0 \Delta x = \underbrace{y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}}_{E_2} + S_f \Delta x$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f}}$$

$$\begin{cases} E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \\ V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \Rightarrow S_f = \frac{V^2 n^2}{R^{4/3}} = \frac{Q^2 n^2}{A^2 R^{4/3}} \end{cases} \Rightarrow$$

- $\bar{S}_f = \frac{S_{f_1} + S_{f_2}}{2}$ میانگین حسابی
- $\bar{S}_f = \frac{Q^2 n^2}{\bar{A}^2 \bar{R}^{4/3}}$ و $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$
- $\bar{S}_f = \sqrt{S_{f_1} \cdot S_{f_2}}$ میانگین هندسی
- $\bar{S}_f = \frac{2}{\frac{1}{S_{f_1}} + \frac{1}{S_{f_2}}} = \frac{2 S_{f_1} S_{f_2}}{S_{f_1} + S_{f_2}}$ میانگین هارمونیک

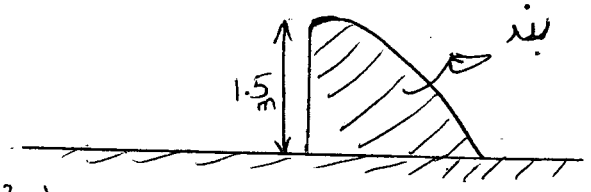
انتخاب دو مقطع دلخواه با عمقهای y_1 و y_2 + معلوم بودن $Q, S_0 \Rightarrow \bar{S}_f, E_2, E_1 \Rightarrow \Delta x$

مثال: کانال مستطیلی $b = 3m$ و $S_0 = 0.02$ و $Q = 11.3 \frac{m^3}{s}$

$n = 0.017$ و عمق آب قبل از بند $= 2.9m$

مطلوب است: تعیین پروفیل جریان. الف) نوع

ب) در صورت وقوع پرش هیدرولیکی تعیین فاصله محل بند تا محل پرش.

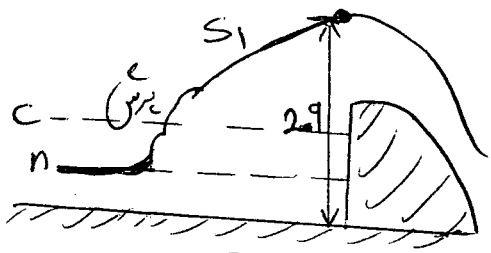


$$q = \frac{11.3}{3} = 3.77 \ \frac{m^3/s}{m} \Rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 1.13m$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow 11.3 = \frac{1}{0.017}(3y_n)\left(\frac{3y_n}{3+2y_n}\right)^{2/3}(0.02)^{1/2} \Rightarrow y_n = 0.73m$$

$y_n < y_c \Rightarrow$ شیب S

$y_{\text{قبل از بند}} > y_c \Rightarrow$ جریان قبل از بند زیر بحرانی



جریان با عمق نرمال (عمق بحرانی) $\rightarrow$ پرش $\rightarrow S_1 \rightarrow$ جریان زیر بحرانی

(عمق اولیه $0.73m$)

تحلیل پرش:

$$y_1 = 0.73m \Rightarrow y_2 = -\frac{1}{2}y_1 + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 + \frac{2q^2}{gy_1}} = 1.66m$$

(y_1: عمق اولیه، y_2: عمق ثانویه)

پروفیل S_1 زیر بحرانی است. پس محاسبات از پائین دست به بالادست صورت می گیرد.

$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$ $\quad y = 2.9, \ldots, 1.66m$

y	A	P	R	E	$S_f \times 10^4$	$\overline{S_f} \times 10^4$	$E_2 - E_1$	$S_0 - \overline{S_f}$	Δx
2.9	8.7	8.8	0.989	2.986	4.9479	12.6959	-1.064	0.0187	-56.9
1.66	4.98	6.32	0.789	1.922	20.4438				

$\Rightarrow$ فاصله محل بند تا محل پرش $= 56.9m$

در صورتیکه در جدول فوق از مقادیری از عمق بین $2.9m$ و $1.66m$ نیز استفاده گردد دقت جواب بدست آمده بیشتر می گردد.